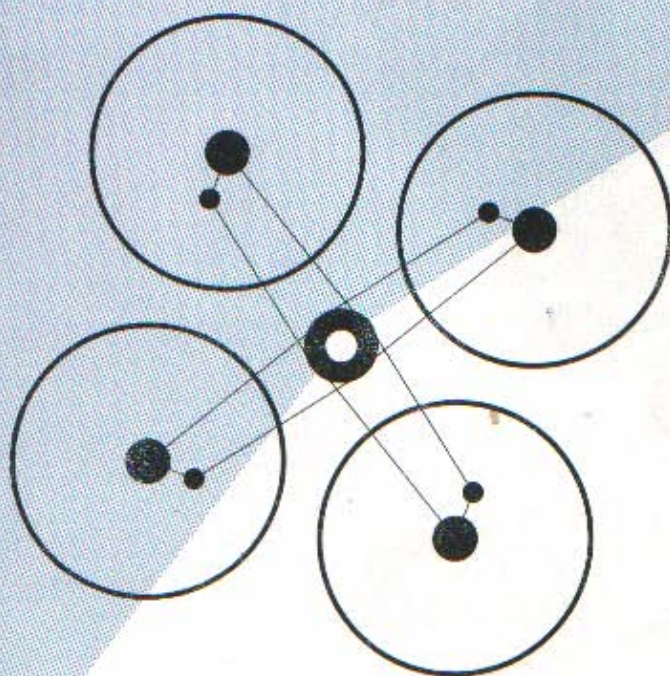


S. Bensaada  
D. Feliachi

# ESSAIS MECANIKQUES



Office des Publications Universitaires



SYNOPSIS  
ATLACH

MECANIQUES

ESSAIS  
MECANIQUES

S.BENSAADA  
D.FELIACHI

# ESSAIS MECANIQUES



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

1- Place centrale de Ben-Aknoun (Alger)

## SOMMAIRE

GENERALITES.....	5
1- ESSAI DE TRACTION.....	5
1.1- Eprouvettes standardisées.....	11
1.2- Réalisation de l'essai.....	12
2- ESSAI DE COMPRESSION.....	14
2.1- Eprouvettes standardisées.....	16
2.2- Réalisation de l'essai .....	16
3- ESSAI DE FLEXION.....	17
3.1- Eprouvettes standardisées.....	20
3.2- Réalisation de l'essai.....	20
4- ESSAI DE TORSION.....	21
5- ESSAI DE CISAILLEMENT.....	23
6- ESSAI DE RESILIENCE.....	25
7- ESSAI DE FATIGUE.....	27
8- ESSAI DE DURETE.....	29
8.1- Procédé avec action statique.....	29
8.1.1- Essai de dureté Brinell.....	30
8.1.2- Essai de dureté Vickers.....	35
8.1.3- Essai de dureté Rockwell.....	36
PRINCIPALES NOTATIONS ET UNITES DE MESURES.....	36



# **ESSAIS MECANQUES**

## ***Généralités***

Le choix d'un métal pour un certain but d'utilisation s'effectue sur la base de ses propriétés physico-chimiques, mécaniques et technologiques.

Les essais mécaniques font partie de la technique des métaux, leur but est de caractériser ou dévaluer numériquement les propriétés du matériau.

La connaissance des grandeurs caractéristiques et leur détermination est la condition essentielle pour les calculs des dimensions des différents éléments de *construction*.

Les grandeurs caractéristiques sont mesurables et sont définies selon les différents procédés qu'on étudiera dans cette partie.

Les essais mécaniques sont pratiqués soit:

- directement sur les pièces brutes ou usinées
- ou sur des éprouvettes-échantillons du matériau considéré.

Les essais mécaniques le plus souvent pratiqués sont:

***-traction et compression***

***-torsion***

***-flexion***

***-choc***

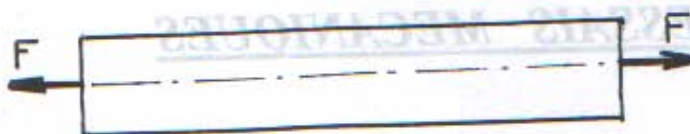
***-fatigue***

***-et dureté***

## ***1- ESSAI DE TRACTION***

l'essai de traction a une grande importance dans les essais mécaniques.

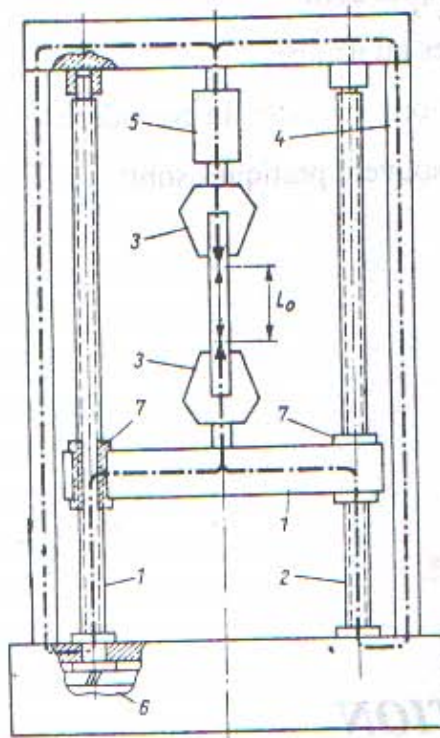
Une barre travaille à la traction quand elle est soumise à l'action de deux forces égales et directement opposées qui tendent à l'allonger (fig.1).



( fig.1 )

L'essai de traction est destiné surtout pour l'examen de la tenue des matériaux soumis à l'action de contraintes de traction axiales réparties uniformément sur toute la section de l'éprouvette.

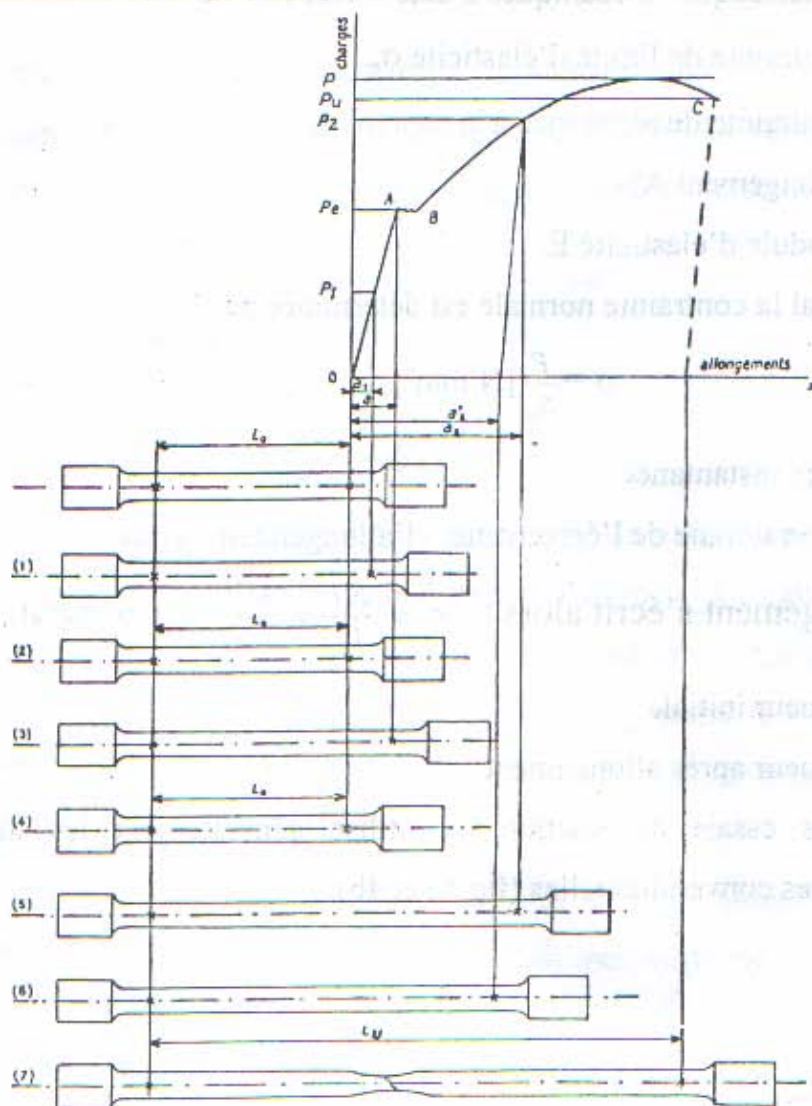
L'essai se fait sur des éprouvettes standardisées sur une machine d'essai de traction (fig.2).



- 1- barre transversale
- 2- tige
- 3- dispositif de fixation
- 4- bati
- 5- mesure de la force
- 6- moteur
- 7- écrou
- $L_0$  - longueur initiale



les éprouvettes sont solidement maintenues entre les mâchoires (dispositif de fixation) de la machine et sont soumises à l'action d'une charge (éloignement des mâchoires l'une de l'autre) jusqu'à un allongement provoquant la rupture. La machine peut-être munie d'un enregistreur pouvant donner instantanément les valeurs de l'effort de traction et l'allongement correspondant ou encore la dépendance entre la contrainte de traction et l'allongement sous forme de diagramme force-allongement (diagramme d'essai de traction. La courbe relevée au cours de l'essai de traction est représentée sur la figure.3 est connue sous le nom de diagramme d'essai de traction.



(fig.3)

- La partie OB correspond à une déformation élastique c- a- d les allongements sont proportionnels aux charges.
- Le point B correspond à la fin de l'élasticité ou  $P_e$  est la charge de limite élastique.
- La partie BCDK correspond à la déformation permanente (plastique), les allongements croissent très vite avec la charge.
- Le point R correspond au moment de l'apparition de la rupture de l'éprouvette avec  $P_r$  charge de rupture.

Les caractéristiques mécaniques à déterminer lors de l'essai sont :

- contrainte de limite d'élasticité  $\sigma_e$
- contrainte de résistance à la rupture  $\sigma_R$
- allongement  $A\%$
- module d'élasticité  $E$ .

En général la contrainte normale est déterminée par :

$$\sigma = \frac{F}{S_0} [\text{N/mm}^2]$$

F- charge instantanée

$S_0$ - section initiale de l'éprouvette l'allongement s'écrit :

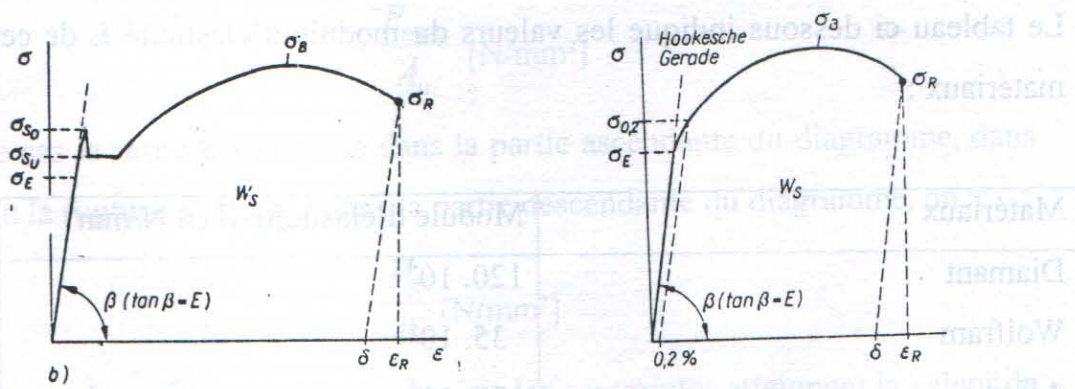
$$\text{L'allongement s'écrit alors : } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot 100 \text{ } \%[\%] \text{ ou}$$

$l_0$ - longueur initiale

$l$ - longueur après allongement

Lors des essais de traction on utilise généralement les diagrammes de contraintes conventionnelles (fig.4a et 4b).





(a)

(b)

(fig.4)

La partie droite du diagramme caractérise le domaine de la déformation élastique (allongements et contraintes sont proportionnelles). La tangente de la pente de la droite de HOOK à l'axe des abscisses caractérise le module d'élasticité  $E$  ou

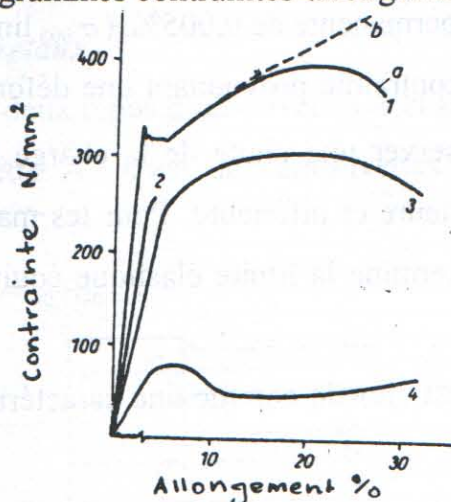
$$\text{Tang } \beta = E$$

Ce qui donne la loi de HOOK

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

La loi de HOOK est valable seulement pour cette partie du diagramme.

Les diagrammes contraintes-allongements diffèrent d'un métal à un autre fig.5.



a- diagramme apparent

b- diagramme réel

1- acier de construction

2- fonte FGL

3- alliage d'aluminium

4- polyethylene

(fig.5)

Le tableau ci dessous indique les valeurs du module d'élasticité  $E$  de certains matériaux :

Matériaux	Module d'élasticité $E$ en $N/mm^2$
Diamant	$120 \cdot 10^4$
Wolfram	$35 \cdot 10^4$
Acier	$20 \cdot 10^4$
Fonte à graphite lamellaire	$5 \cdot 10^4$
Porcelaine	$55 \cdot 10^3$
Alliage d'aluminium	$70 \cdot 10^3$
Verre	$72 \cdot 10^3$
Caoutchouc	$< 10^2$
Polysterol	$28 \cdot 10^2$
Polyéthylène	$0,8-11 \cdot 10^2$
Résine époxyde	$120-140 \cdot 10^2$

Les contraintes inférieures à la limite d'élasticité  $\sigma_E$  (limite d'écoulement) ne produisent pratiquement que des déformations élastiques. Donc c'est la charge à partir de laquelle se produisent des déformations permanentes. Mais en réalité cette contrainte produit une déformation permanente de 0,005%. ( $\sigma_{0.005}$  limite).

La limite élastique  $\sigma_s$  correspond à la contrainte provoquant une déformation plastique et durant laquelle on peut observer une chute de la charge lors de l'essai. Il existe la limite élastique supérieure et inférieure. Pour les matériaux sans variation de limite élastique, on détermine la limite élastique équivalente  $\sigma_{0.2}$ .

Il est fréquent que la limite d'élasticité est choisie comme une caractéristique de la résistance.

La contrainte à laquelle est effectuée la rupture s'appelle résistance à la rupture, donc c'est la charge la plus élevée atteinte au cours de l'essai.



$$\varepsilon_R = \frac{P_{\max}}{A_0} [\text{N/mm}^2]$$

Dans ce cas la rupture s'effectue dans la partie ascendante du diagramme, dans le cas ou la rupture s'effectue dans la partie descendante du diagramme, on a

$$\sigma_R = \frac{P_R}{A_0} [\text{N/mm}^2]$$

Dans les cas des métaux plastique, une fois les contraintes atteignent la valeur de rupture, la déformation se concentre en un secteur déterminé de l'éprouvette ou apparaît un rétrécissement de la section appelée « **striction** ».

La charge diminue brusquement et à un certain moment l'éprouvette se rompt a la valeur  $\sigma_R$ .

Pour les métaux plastiques, la charge de rupture  $\sigma_R$  caractérise la résistance du métal aux déformation plastiques importantes.

Dans les essais de traction, on détermine l'allongement après rupture en%.

La striction 
$$\psi = \frac{S_0 - S}{S_0} \times 100\%$$

$$\psi = \left[ 1 - \left( \frac{d_R}{d_0} \right)^2 \right] \times 100\%$$

## 1.1.eprouvettes standardisées

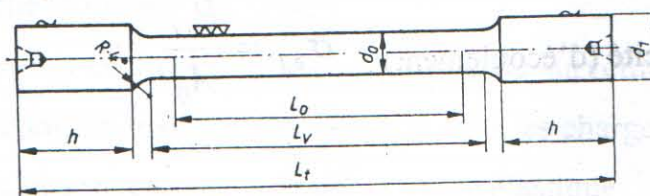
### 1.1.1.métaux

il existe deux types d'éprouvettes A et E.

**Eprouvette A** : c'est une éprouvettes ronde avec une tête cylindrique lisse (fig.6).

$$d_1 = L_0 + d_0$$

$$L_v = L_0 + d_0$$



(fig.6)

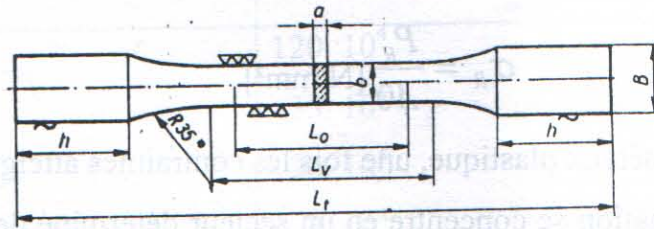
**Eprouvette E** : c'est une éprouvette Platte avec une tête lisse (fig.7)

a- épaisseur d'essai

b- largeur d'essai

$$B=1,2b+3\text{mm}$$

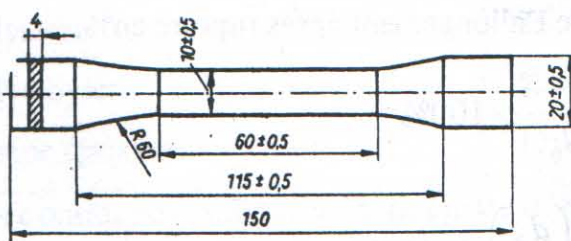
$$h=2b+10\text{mm}$$



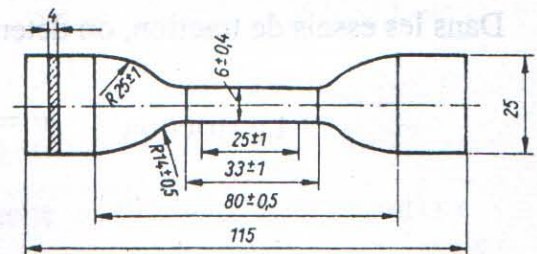
(fig.7)

### 1.1.2. polymères supérieurs

Il existe deux type d'éprouvettes, pour les matériaux avec allongement faible et élevé fig.8a et 8b.



(a)



(b)

(fig.8)

### 1.2.Réalisation de l'essai

#### 1.2.1.But

Détermination des caractéristiques mécanique principales du matériau (Acier doux).

- limite d'élasticité (d'écoulement)  $\sigma_{e,t} = \frac{P_{e,t}}{A_0}$



- limite élastique (Résistance limite)  $\sigma_e = \frac{P_{\max}}{A_0}$
- Résistance à la rupture  $\sigma_R = \frac{P_R}{A_1}$
- Allongement à la rupture  $\varepsilon = \frac{L_1 - L_0}{L_0} \times 100\%$
- Striction relative à la rupture  $\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\%$
- Module d'élasticité  $E = \frac{\sigma_{e,t}}{\varepsilon}$

En effectuons plusieurs essais, tracer les diagrammes suivants :

-charges-allongements (P-  $\Delta L$ )

-contraintes- allongements ( $\sigma - \varepsilon$ ).

L'essai est réalisé à l'aide d'une machine d'essai de traction universelle avec des éprouvettes standardisées.

L'éprouvette est serrée dans le dispositif de fixation de la machine, est

Soumise à l'action d'une charge jusqu'à la rupture.

a)- La mesure de l'éprouvette se fait avec un pied-à-coulisse en trois lieux différents de la longueur de la partie calibrée. On prend en considération le diamètre moyen et on calcule la section droite  $A_0$ .

b)- Porter sur la surface de l'éprouvette la longueur standardisée  $L_0$

$$l_0 = 10d_0 \Rightarrow d_0 = 8 \div 10mm$$

$$l_0 = 5d_0 \Rightarrow d_0 = 5 \div 8mm$$

c)- Mettre l'éprouvette entre les mâchoires de la machine et mettre en marche le moteur électrique.

d)- Au cours de l'essai, il est nécessaire de surveiller attentivement non seulement le comportement de l'éprouvette mais les charges suivantes :

$P_e$  et charge correspondant à la limite élastique

$P_{\max}$  : Charge correspondant à la résistance limite

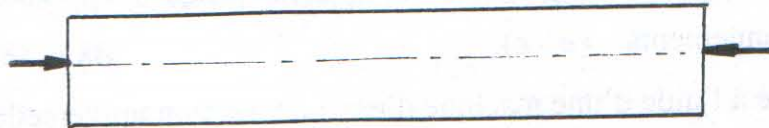
$P_r$  : charge de rupture.

- e)- Mesurer la longueur  $L_1$  et le diamètre  $d_1$  après rupture, calculer l'aire de la section après rupture.

## 2-ESSAI DE COMPRESSION

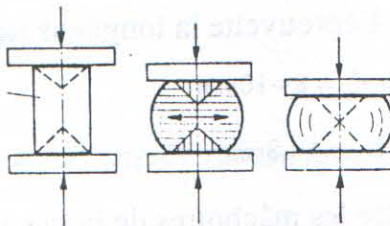
le but de l'essai est l'étude du comportement des matériaux plastiques, fragiles, isotropes et anisotropes (béton, bois, métaux) au cours de la compression et la détermination de Leurs caractéristiques mécaniques.

L'essai de compression durant lequel le matériaux subit un effort de compression axial, peut-être pris comme l'inverse de l'essai de traction fig.9.



(fig.9)

L'essai de compression est réalisé à l'aide de machines universelles avec des éprouvettes standardisées. Durant l'essai l'éprouvette avec une section  $A_0$  subit l'écrasement et dont on mesure la charge correspondante (fig.10).



(fig.10).

La contrainte de compression est déterminée par  $\sigma_c = \frac{F}{A_0}$  ( $\text{N/mm}^2$ ) avec  $F$  : la

force mesurée pendant l'essai et  $A_0$  : section initiale.



La déformation de l'éprouvette provoque une diminution de la longueur  $\Delta L$

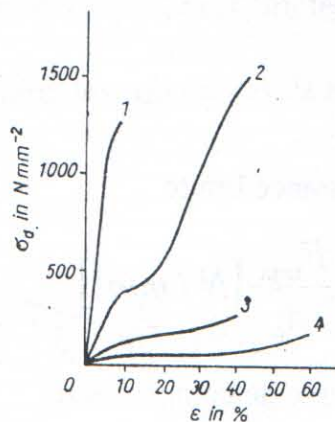
$$\Delta L_c = L_0 - L_c$$

$L_0$  : longueur initial.

$L_c$  : longueur après écrasement , Donc on peut calculer l'écrasement  $\varepsilon_c$ .

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta L_c}{L_0} \times 100\% = \frac{L_0 - L}{L_0} \times 100\%.$$

la figure.11 représente les contraintes de compression en fonction de l'écrasement et du matériaux.



(fig.11)

la résistance limite est déterminée par :

$$\sigma_e = \frac{F_{\max}}{A_0} [N / mm^2]$$

$F_{\max}$  : charge provoquant les premières fissurations ou rupture. Pour les cas des aciers, la fissuration n'apparaît pas et l'essai est réalisé jusqu'à un écrasement :

$$\varepsilon_c = 50 \%$$

$$\sigma_{e50} = \frac{F_{50}}{A_0} [N / mm^2]$$

## 2.1. Eprouvette standardisées

les éprouvette d'essai ont généralement la forme cylindrique et leurs diamètre dépend de leurs dimensions ( $d=10\div30$  mm).

Pour des mesures grossières on utilise des éprouvettes normales dont la hauteur est égale au diamètre et pour des mesures précises on a

$$L_0 = (2.5\div3)d$$

Les éprouvettes longues ne sont pas utilisées à cause du danger de flambage que représentent ces dernières.

Les faces des éprouvettes doivent-être bien polies, parallèles et **perpendiculaires** à l'axe de l'essai.

## 2.2. Réalisation de l'essai

### 2.2.1. But

- détermination de la résistance limite

$$\sigma_e = \frac{F_{\max}}{A_0} [N / mm^2]$$

- construction du diagramme de compression
- dessin des éprouvettes avant et après écrasement

**L'essai peut-être réalisé de la façon suivante :**

- mesurer les dimensions de l'éprouvette  $d$ ,  $L_0$  et  $A_0$
- Une fois l'éprouvette est mise entre les deux plateaux **de la machine**, mettre en marche le moteur.
- Au cours de l'essai, il est nécessaire de surveiller **attentivement** non seulement le comportement de l'éprouvette, mais **aussi** la charge maximale d'écrasement correspondant à la résistance limite  $\sigma_e$
- Pour les matériaux plastiques on met fin à l'essai après **avoir obtenu** les déformations résiduelles assez importantes

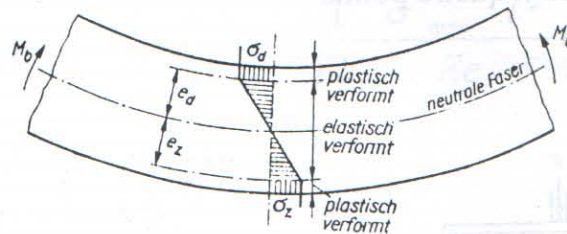


### 3- ESSAI DE FLEXION

l'essai de flexion trouve une grande utilisation lors de l'étude des matériaux fragiles tels que le fonte à graphite lamellaire, les aciers à outils ou les céramiques.

Pour les métaux ductiles, la rupture ne pas être atteinte même avec des contraintes de flexion dépassant la limite d'élasticité .

L'essai de flexion à aussi une importance particulière surtout pour les matériaux tels que les polymères supérieures, car le plus souvent ils sont soumis aux contraintes de flexion. Lors de la sollicitation à la flexion d'une section symétrique, il y a présence dans les fibres limites, d'un côté les contraintes de compression  $\sigma_c$  et de l'autre les contraintes de traction  $\sigma_t$  fig.12.



( fig.12 )

Les contraintes augmentent des deux cotés proportionnellement à la distance de la fibre neutre.

Lorsque on aura atteint la limite élastique ou la limite d'écrasement, le matériau aurait atteint l'écoulement plastique.

Dans le domaine élastique la répartition des contraintes sur la section est linéaire et les valeurs des contraintes maximales de compression  $\sigma_c$  et de traction  $\sigma_t$  sont :

$$\sigma_t = \frac{Mft}{I} [N/mm^2], \sigma_c = \frac{Mfc}{I} [N/mm^2]$$

Mf : moment de flexion

I : moment d'inertie.

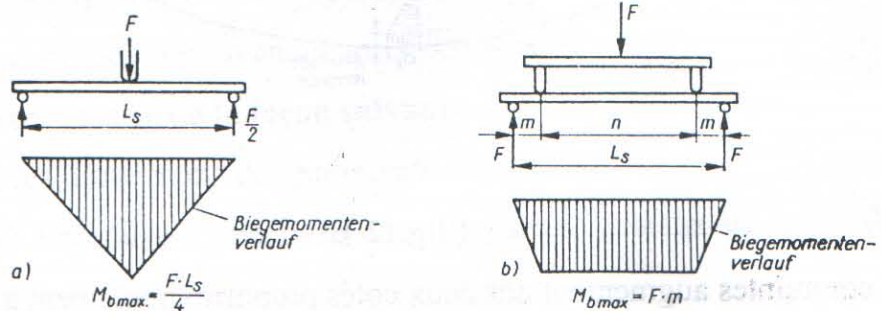
Ou encore on peut écrire :

$$\sigma_t = \frac{Mf}{W_t} [N/mm^2], \sigma_c = \frac{Mb}{W_d} [N/mm^2]$$

$W = \frac{I}{e}$  moment résistant (N.mm)

Les grandeurs caractéristiques de l'essai de flexion peuvent être déterminées par deux méthodes différentes fig.13

- l'essai de flexion à deux points.
- l'essai de flexion à trois points.
- l'essai de flexion à quatre points.



( fig.13 )



Pour l'essai de flexion à trois points la plus grande valeur du moment de flexion est obtenue grâce à l'action de la force unique  $F$  au milieu de l'éprouvette .

$$M_{f_{\max}} = \frac{FL}{4} \text{ (N.mm)}$$

$L$  : longueur des appuis.

Donc la contrainte maximale est

$$\sigma_{\max} = \frac{F.L}{4W} [N/mm^2]$$

On utilise la force à l'instant de la rupture on obtient la contrainte de flexion à la rupture  $\sigma_{fr}$ .

Au point d'application de la force, la flexion  $M$  maximale est déterminée

Par la flèche  $f$

$$f = \frac{F.L^3}{48 EI} = \frac{1}{12} \frac{\sigma_{\max}.l^2}{Ee} \text{ (mm)}$$

$$E = \frac{FL^3}{48 If}$$

$E$  : module d'élasticité en  $N/mm^2$ .

Lors de l'essai sur des matériaux non métalliques, tels que les polymères, la rupture de l'éprouvette ne peut pas avoir lieu et l'essai doit être interrompu lorsque la flèche est égale à 1.5 fois l'épaisseur de l'éprouvette, dans ce cas il s'agit de la limite de la flèche.

Durant l'essai de flexion à quatre points agissent deux forces sur l'éprouvette se trouvant à une distance  $m$  des points d'appui.

Le moment de flexion reste constant entre les points d'application des forces.

$$M_{f_{\max}} = F.m \text{ (N.mm)}$$

Les contraintes maximale entre les points d'application de chaque force sont obtenues par :

$$\sigma_{\max} = \frac{F.m}{W} [N/mm^2]$$

La plus grande flexion (flèche) au milieu et entre les points d'application de chaque force est :

$$f_{\max} = \frac{F.m}{14EI} (2l^2 - 4m^2) (mm)$$

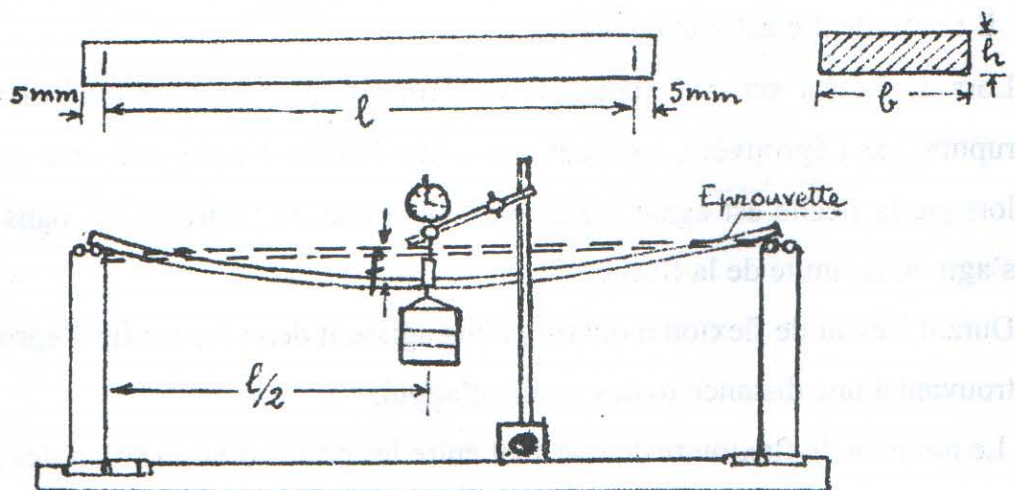
### 3.1. Eprouvettes standardisées

les éprouvettes destinées à l'essai de flexion sont de section cylindrique ou prismatique. L'éprouvette est posée sur deux appuis à galet cylindriques, ensuite fixée selon le type d'essai qu'on veut réaliser. Avant l'essai on doit mesurer la distance entre les appuis, pour les éprouvette cylindriques on a  $L=20d_0$ .

### 3.2. Réalisation de l'essai

Le but de l'essai est de déterminer le module d'élasticité E des différents types de matériaux.

La figure.14 nous montre la disposition de l'éprouvette prismatique dans la machine d'essai de flexion.





le flèche est obtenue par :

$$f = \frac{Fl^3}{48EI} \text{ d'où}$$

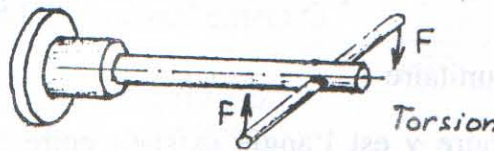
$$E = \frac{Fl^3}{48If} \quad \text{avec} \quad I = \frac{bh^3}{12} \quad \text{on aura}$$

$$E = \frac{Fl^3}{4fbh^3}$$

#### 4-ESSAI DE TORSION

L'essai de torsion a une importance secondaire relativement aux essais déjà envisagés. Il est destiné pour l'examen des matériaux constituant les arbres et les fils, ainsi que le comportement de la résistance et de la ténacité des aciers durs.

Si on fixe l'une des extrémités de l'éprouvette cylindrique avec  $L=10d$  et on applique à l'autre extrémité un couple de force dans un plan perpendiculaire à l'axe de la barre fig.15 dans ce cas se forme un moment de torsion  $M_t$ .



(fig.15)

$$M_t = F.d \quad \text{ou}$$

$F$  : force appliquée.

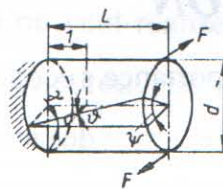
$d$  : diamètre de l'éprouvette.

Lors de la rotation, il y a glissement suivant le même axe de la section transversale par rapport à la section fixe. La rotation effectuée par les deux sections est caractérisé par son angle de rotation  $\psi$  fig.16 est proportionnelle à la distance séparant les deux sections de l'éprouvette.

$$\Psi = V \times L \quad \text{avec}$$

$L$  : distance séparant les deux extrémités de l'éprouvette.

$V$  : torsion.



(fig.16)

la torsion  $\psi$  c'est la rotation de deux sections transversales se trouvant à une distance  $l$  (voir figure 16).

$$\psi = \frac{2\gamma}{d} \quad \text{ce qui donne} \quad \psi = \frac{2\gamma l}{d}$$

ou  $\gamma$  : glissement unitaire

Le glissement unitaire  $\gamma$  est l'angle existant entre la ligne de l'hélice et la surface latérale de cylindre.

Le rapport entre le glissement et la contrainte de torsion latérale appropriée  $\tau$  s'appelle le nombre de cisaillement ( $\beta$ )

$$B = \frac{\gamma}{\tau}$$

La valeur réciproque de  $\beta$  donne le module de cisaillement ( $G$ ).



$$G = \frac{1}{\beta}$$

Comme dans l'essai de flexion, la contrainte maximale de cisaillement se trouve dans les fibres latérales

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p}$$

pour des éprouvettes cylindriques on a :

$$\tau_{\max} = \frac{16M_t}{\pi d^3}$$

La loi de HOOK pour les contraintes de cisaillement s'écrit alors :

$$\tau = G.\gamma$$

$$\psi = \frac{2\pi L}{Gd} = \frac{32M_t L}{\pi d^4 G}$$

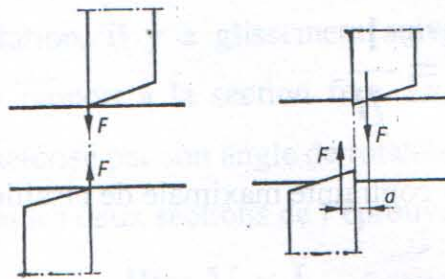
Et –

on peut déterminer le module de cisaillement G

$$G = \frac{32M_t L}{\pi d^4 \psi}$$

## 5- ESSAI DE CISAILLEMENT

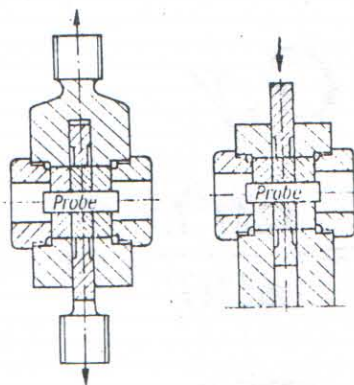
pendant l'essai de cisaillement l'éprouvette subit l'effort de deux forces agissant dans un même plan, ce qui donne un couple de forces avec un bras de levier **a** fig.17, qui fait apparaître des efforts de flexion supplémentaires.



(fig.17)

Dans la pratique l'essai de cisaillement est réalisé le plus souvent en deux parties.

L'appareil de cisaillement utilisé est à efforts de traction et de compression fig.18.



(fig.18)

Durant l'essai un état de contrainte parfait n'est pas atteint, à cet effet on détermine seulement la force maximale  $F_{\max}$  exigée pour le cisaillement et à partir de laquelle on peut calculer la résistance au cisaillement  $\tau$ .

$$\tau = \frac{F_{\max}}{2A_0} = \frac{2F_{\max}}{\pi d^2} [N/mm^2]$$



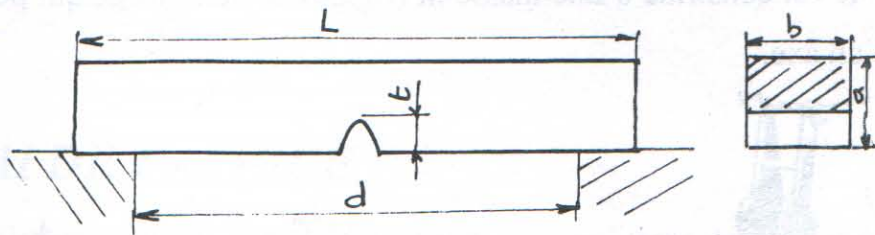
l'essai de cisaillement à une grande importance pour les aciers à rivets et les mesures de cisaillements.

## 6- ESSAI DE RESILIENCE (CHOCS)

la résilience caractérise la résistance à la rupture par choc d'un matériau. un métal résistant bien au choc à une grande résilience symbole **K**. le plus souvent l'essai de résilience est réalisé à l'aide de l'appareil appelé (**mouton pendule de CHARPY**), avec des éprouvettes standardisées.

L'essai de résilience est un essai de rupture fragile effectué surtout sur des matériaux ductiles. L'utilisation d'une éprouvette entaillée (encochée) concentre la déformation sur la plus petit volume (entaille). Ce qui conduit à sa rupture après le choc.

Cet essai consiste à déminer la résilience  $K$ , c'est-à-dire le travail mécanique nécessaire pour briser par choc l'éprouvette de forme et dimensions déterminées fig.19.



Entaille de forme coin



Entaille de forme U



Entaille ronde

(fig.19)

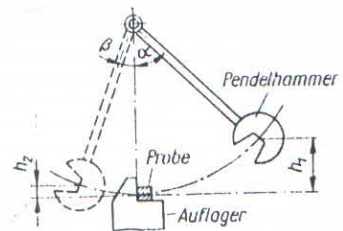
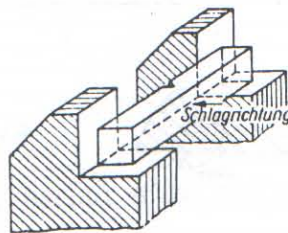
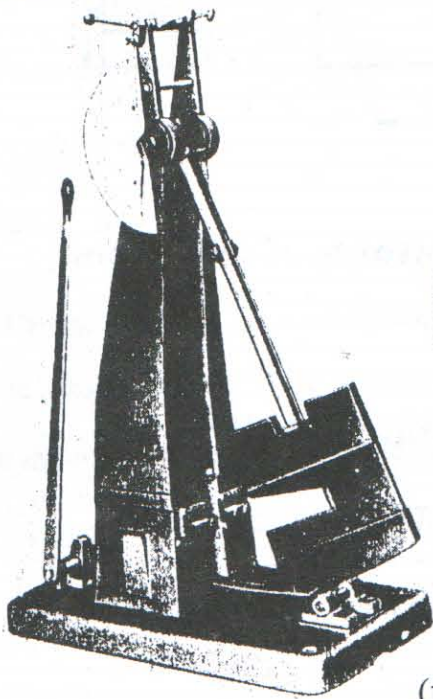
Le choix de la forme et des dimensions de l'éprouvette dépend de la tenacité du matériau. Pour les aciers de construction et aciers résistants, on utilise le plus souvent des éprouvettes à entaille ronde en forme de U.

Les différentes dimensions des éprouvettes standardisées à entaille ronde sont données sur le tableau ci-dessus.

Désig.	Long. L	Epais. a	Larg. b	Prof. t	Ep.Ant..	R.Ant.	L/Appui
R <sub>1</sub>	55,30	10,005	10,005	2	8,005	1,0035	40,0025
R <sub>2</sub>	55,30	10,005	10,005	3	7,005	1,0035	40,0025
R <sub>3</sub>	55,30	10,005	10,005	5	5,0045	1,0035	40,0025

Toutes les dimensions sont données en mm.

Le pendule est constitué d'une masse **m** (fig.20) en acier forgé qui peut osciller autour d'un axe.



(fig.20)



la masse pendulaire à la forme d'un disque présentant une entaille biseautée ou couteau.

Dans le procédé charpy, l'éprouvette est placée suivant ses deux cotés sur deux appuis du mouton charpy, de telle façon que le couteau du marteau coïncide exactement avec l'entaille. Le pendule est levée jusqu'à la hauteur correspondante aux conditions d'essai. A cette hauteur  $h_1$  le pendule possède de l'énergie potentielle  $E_1 = p.h_1$ , une partie de cette énergie est absorbée par la rupture de l'éprouvette, cela signifie que le pendule n'atteint pas sa hauteur initiale  $h_1$  mais une hauteur  $h < h_1$  dont l'énergie potentielle est  $E_2 = p.h_2$ .

D'où le travail nécessaire pour briser l'éprouvette est

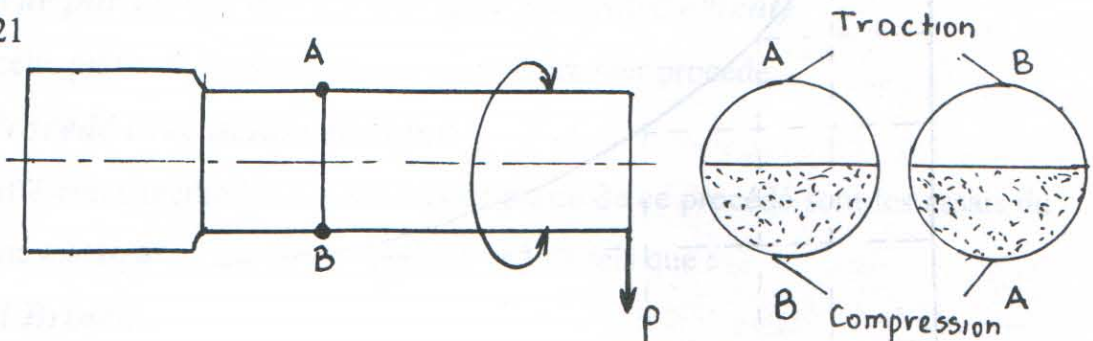
$$E_1 - E_2 = p(h_1 - h_2)$$

Si  $S$  est la section de l'éprouvette en  $cm^2$  à l'endroit de l'entaille, la résilience sera :

$$K = \frac{p(h - h_2)}{S} (Kg.m / cm^2) \text{ ou } (j / cm^2)$$

## 7-ESSAI DE FATIGUE

le but de l'essai de fatigue est de déterminer les conditions de résistance des matériaux soumis à des efforts variables dans le temps et de la limite pratique de fatigue. considérons une éprouvette cylindrique soumise à des efforts de flexion fig.21



(fig.21)

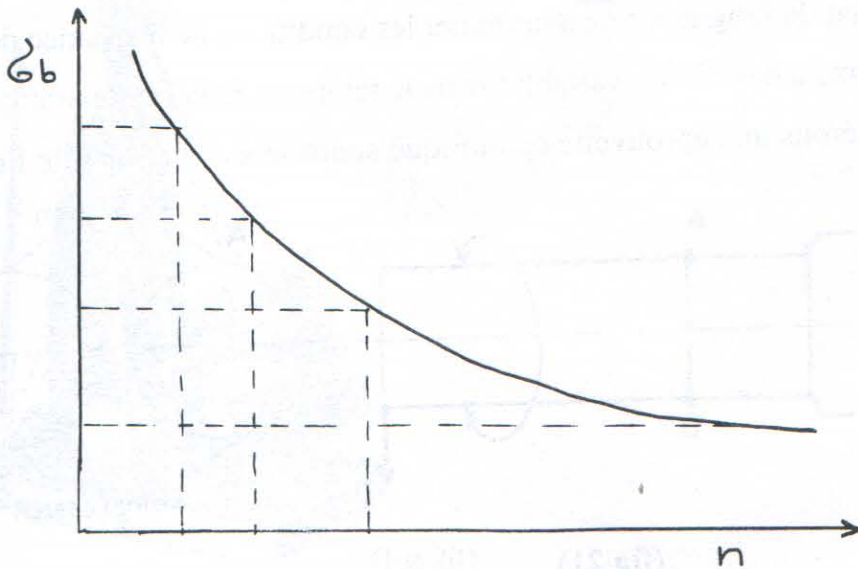
Choisissons 2 points A et B disposée diamétralement et pour une position de l'éprouvette, nous avons par exemple la traction en A et la compression en B. si nous tournons l'éprouvette d'un demi-tour, l'effort conservant toujours le même sens, B devient tendu et A comprimé. Ainsi pendant la rotation, les fibres de l'éprouvette sont alternativement tendues et comprimées. Lorsque la rupture de l'éprouvette est atteinte, la contrainte correspondante est égale à :

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b}$$

avec  $M_b = P \cdot L$  et  $W_b = \frac{\pi d^3}{32}$

En appliquons les charges croissantes  $P_1 < P_2 < P_3 < \dots < P_n$ .

Et on enregistre le nombre d'alternance correspondant  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$ , pour lesquelles les éprouvettes se rompent, ensuite on calcule les contraintes correspondants à ces efforts, la courbe  $\sigma_b$  en fonction de  $n$  a l'allure d'une hyperbole fig.22.



(fig.22)



le nombre minimum d'alternances, qui doit-être enregistré avant rupture pour la détermination de la limite de fatigue est généralement de 30 millions pour les alliages ferreux et 100 millions pour les alliages d'aluminium.

Les facteurs pouvant avoir une influence sur la fatigue sont :

- le nombre de cycle
- état de surface
- forme de la pièce
- et dimension de la pièce

L'essai est assez long, si le moteur tourne à 3000tr/min, il faut 167 heures, soit à peu près 7 jours pour effectuer le nombre minimum d'alternance (30 millions).

## **8-ESSAI DE DURETE**

La définition valable pour la dureté est la résistance qu'oppose un corps à la pénétration d'un autre corps plus dur.

La dureté est un complément indispensable de l'examen métallographique, qui donne une première impression sur les caractéristiques mécaniques et corrobore souvent l'interprétation des textures.

Selon le type de charge du corps d'essai lors de la pénétration dans le matériau, on distingue deux procédés :

***-procédé avec action statique (par pénétration)***

***-procédé par action dynamique (par rebondissement)***

Dans cette partie on étudiera uniquement le premier procédé.

### **8.1. Procédé avec action statique**

les différentes méthodes d'essai faisant partie de ce procédé sont les essais du domaine macro avec une force d'essai  $F > 30N$  tels que :

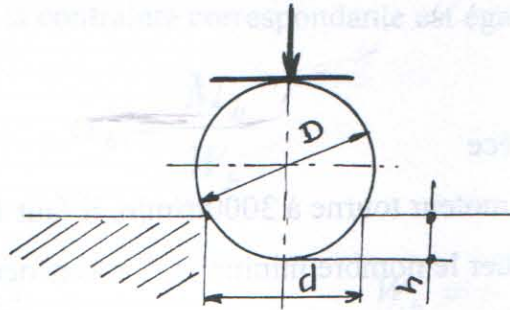
***-Essai Brinell***

***-Essai Rockwell***

***-Et l'essai Vickers***

### 8.1.1. Essai du durté Brinell

dans l'essai Brinell le pénétrateur est une bille d'acier trempé de diamètre  $D$ , soumise à une charge  $F$  pendant une durée bien déterminée. La bille laisse une empreinte ayant la forme d'une calotte sphérique de diamètre  $d$  et de profondeur  $h$  fig.23.



(fig.23)

la durté Brinell HB est déterminée par le rapport entre la force  $F$  et la surface de l'empreinte  $A$  et se calcule sans mesure.

$$HB = \frac{0,102.F}{A}$$

$F$ - force d'essai en newton.

$A$ - surface de l'empreinte en  $\text{mm}^2$

$$A = \pi D h.$$

$D$ - diamètre de la bille.

$h$ - profondeur de pénétration.

Le facteur 0,102 pour donner la durté en système SI.

Durant l'essai on ne mesure pas la hauteur de pénétration  $h$ , mais on la calcule selon :

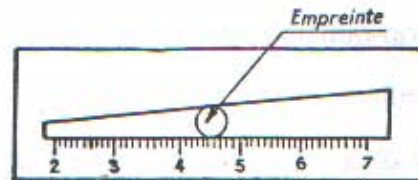


$$h = \frac{D - (D^2 - d^2)^{\frac{1}{2}}}{2}$$

d'où

$$HB = \frac{2,102.F.2}{\pi D [D - (D^2 - d^2)^{\frac{1}{2}}]}$$

Le diamètre de l'empreinte  $d$  est mesuré à l'aide de la règle le chatelier fig.24, qui est une plaque en verre sur laquelle sont gravées deux droites concourantes dont l'une est graduée et indique les millimètres. La règle est posée de façon que les deux droites soient tangentes à l'empreinte. Le diamètre est lu sur la division correspondante au point de tangence.



(fig.24)

La bille est en acier trempé ou un métal dur de diamètre  $D=10-5-2,4-1,25$  ou  $1\text{mm}$ .

Le diamètre de l'empreinte  $d$  doit se trouver entre  $0.2$  et  $0.7$ , pour maintenir cette limite, il est nécessaire de varier la charge.

Le tableau ci-dessus nous donne un aperçu sur les diamètres, charges etc.

Appropriées aux différents métaux.

Epais.Ech. (mm)	Diam.Bille (mm)	M A T E R I A U X			
		Acier Rec. $F=30D^2$	Alli.de Cu $F=10D^2$	Ant.Frict. $F=5D^2$	Alli.de Pb $F=2,5D^2$
6	10	3000	1000	500	250
3	5	750	250	125	62,5
1,2	2,5	187,5	62,5	31,25	15,65
0,5	1	30	10	5	2,5

Dans le cas des aciers, les valeurs de HB peuvent nous donner directement les valeurs approximatives de la résistance à la traction en multipliant par le facteur **0.35**, mais seulement valable jusqu'à des valeurs de  $350 \text{ daN/mm}^2$ .

La méthode Brinell n'est pas applicable aux aciers traités à dureté voisine ou supérieure à celle de la bille (450HB), car ça peut conduire à des déformations de la bille et les mesures ne seront pas exactes.

Le principe de désignation de la dureté Brinell est le suivant :

Par ex : 120 HB5/250-30

120- valeur de dureté

HB- selon Brinell

5- diamètre de la bille (mm)

250- force d'essai en newton multipliée par le facteur 0,102

30- durée d'action en secondes

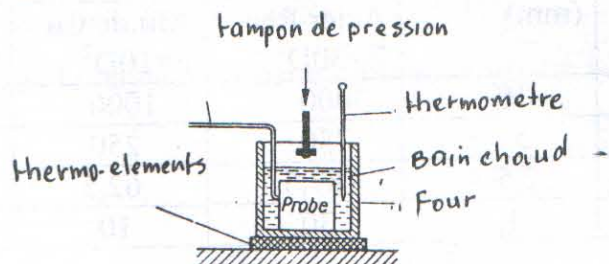
### ***Essai de dureté Brinell aux hautes températures***

Cette méthode consiste à mesurer la dureté HB à une température  $= 400^\circ\text{C}$ , pour le chauffage rapide et uniforme de l'éprouvette on utilise un bain liquide (huile, sel fondu etc..). la température d'essai ne doit pas osciller au delà de  $\pm 3^\circ\text{C}$ .

L'essai s'effectue de la même façon qu'à température ambiante fig.25, la bille est en acier à résistance thermique.

La charge s'exécute sans choc et peut-être augmentée uniformément et maintenue durant 3 minutes à la valeur finale.

Les valeurs de la dureté sont valables seulement dans le cas où la température est la même pour la bille et l'éprouvette d'essai.



(fig.25)



le diamètre  $d$  est mesuré après refroidissement de l'éprouvette d'essai jusqu'à la température ambiante.

L'épaisseur de l'éprouvette ne doit pas être inférieure à l'épaisseur minimale.

$$\sigma_{\min i} = \frac{0,102.F}{\pi.D.HB} \text{ mm (valable jusqu'a 450HB)}$$

La mesure n'est valable que si l'épaisseur de l'éprouvette est égale à au moins 8 fois la profondeur  $h$  de l'empreinte.

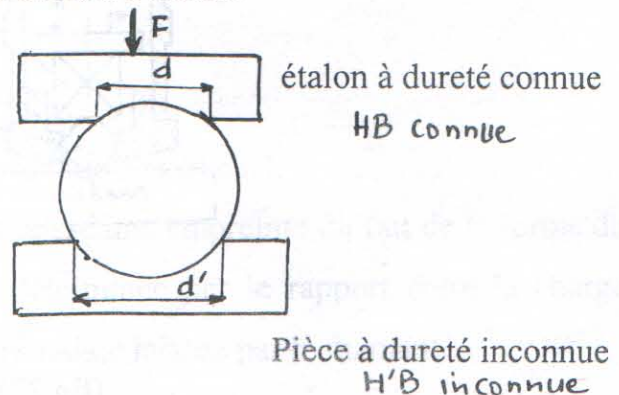
### ***Essai de dureté Brinell par comparaison ou procédé Morin***

Le principe est basé sur la comparaison de la dureté HB (connue) d'une pièce avec celle HB (inconnue) d'une autre pièce.

Si nous disposons une bille (fig.26) entre la pièce à mesurer sa dureté et une pièce étalon de dureté connue (HB), si on exerce un effort  $F$  sur la pièce étalon, la bille pénètre à la fois dans le pièce et dans l'étalon.

pour la pièce  $H'B = \frac{F}{S'}$

et pour l'étalon  $HB = \frac{F}{S}$



(fig.26)

on divisant ces égalités membre à membre.

On à :

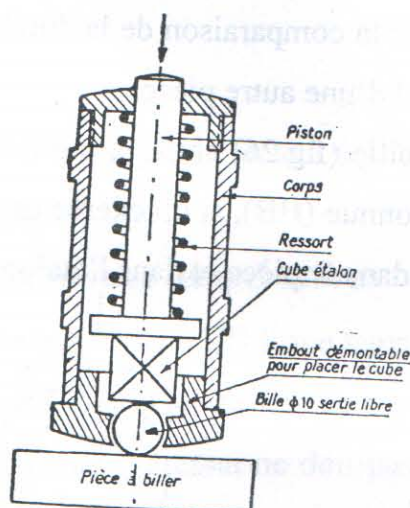
$$\frac{H'B}{HB} = \frac{F}{S'} : \frac{F}{S} = \frac{F}{S'} \times \frac{S}{F} = \frac{S}{S'}$$

d'ou

$$H'B = HB \frac{S}{S'} \left( S = \pi D \left( \frac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2} \right) \right)$$

Connaissons les diamètres des empreinte  $d$  et  $d'$  il est possible de calculer  $s$  et  $s'$  et comme la dureté HB est donnée, on en déduit la dureté  $H'B$  de la pièce à mesurer.

L'appareil utilisé est un appareil portatif à Biller Turpin livré avec un certain nombre de pièce étalon de dureté connue fig.27.



(fig.27)

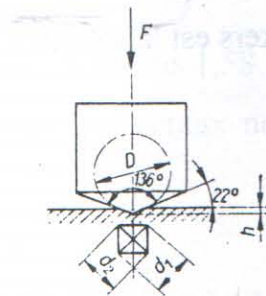
le procédé Brinell ne convient pas pour les tôles et les surfaces devant glisser on tourner juste. La bille en pénétrant écroui le métal et marque profondément celui-ci en formant une bavure.

La lecture du diamètre demande de le part de l'opérateur une grande pratique. Les essais sur les métaux très durs et trempés, conduit au risque de marquer la bille.



### 8.1.2 ESSAI DE DURETE VICKERS

la détermination de la dureté selon vickers s'effectue de la même façon que le procédé Brinell. Dans ce procédé le penetrateur est un diamant pyramidal à base carrée dont l'angle au sommet ( l'angle dièdre des deux faces opposées) vaut  $136^\circ$  fig.28.



(fig.28)

La charge appliquée varie suivant :

- la machine
- l'épaisseur du métal à contrôler
- et la dureté du métal

Les charges d'essai les plus utilisés sont de  $5 \div 120$  daN.

Le diamant pénètre dans le métal et laisse une empreinte du fait de la forme du pénétrateur. La dureté Vickers est déterminée par le rapport entre la charge appliquée et l'aire de l'empreinte pyramidale laissée par le diamant.

$$HV = \frac{F \cdot 0,102}{A} \quad \text{sans unité de mesure.}$$

ou

F- force d'essai en N

A-surface de le calotte en  $\text{mm}^2$ .

$$A = \frac{d^2}{2 \cos 22^\circ} = \frac{d^2}{2 \sin \frac{136^\circ}{2}} = \frac{d^2}{1,854} \quad (\text{mm}^2)$$

d- longueur de la diagonale en mm ou moyenne des valeurs des deux diagonales

$$HV = \frac{0,102.F.1,854}{d^2} = \frac{0,189.F}{d^2}$$

Pour mesurer **d**, on projette l'image grossie de l'empreinte (70÷140 fois) sur un verre dépoli au moyen d'un microscope incorporé dans la machine d'essai.

La désignation de la dureté vickers est la suivante :

HV 50-20.

HV- dureté vickers.

50-charge d'essai x 0.102 (N)

20-durée d'action en secondes

La méthode Vickers est une méthode universelle, deux avantages exclusifs la préfèrent aux autres procédés. D'un coté, elle permet d'effectuer des essais sur tous les métaux durs (aciers trempés, aciers cyanurés etc.), les alliages légers et de l'autre sur les pièces extra-minces ayant jusqu'à 0.05 mm d'épaisseur, seulement il faut dans ce cas choisir la charge appropriée pour que le diagonale soit au moins égale à l'épaisseur de la pièce à contrôler.

Le procédé Vickers est également utilisé sur des appareils de laboratoire pour la mesure des microduretés, il permet de connaître la dureté d'un des constituants du métal.

Il est utile de noter que les valeurs de Vickers et Brinell coïncident jusqu'à 300 et qu'ensuite les valeurs Vickers croissent plus vite que les valeurs Brinell, cela est due aux déformations subies par le pénétrateur Brinell à partir de cette valeur.

### **8.1.3 ESSAI DE DURETE ROCKWELL**

L'essai Rockwell consiste à imprimer dans la couche superficielle du métal une empreinte à l'aide d'une bille ou pointe de diamant sous l'action d'une charge connue.



La détermination de la dureté Rockwell se réduit par la mesure de la profondeur de pénétration.

Plus le métal sera dur, moins il y aura de pénétration et plus grand sera le chiffre de Rockwell lu sur le comparateur de mesure.

Il existe 3 sortes de pénétrateurs :

a)-une bille en acier trempé de diamètre 1,58 mm et pour une charge totale  $F=100\text{daN}$ , elle est utilisée pour les métaux non ferreux, aciers doux et non trempés.

b)- une bille en acier très dur de diamètre 3,175mm et pour une charge totale  $F=100\text{daN}$ .

c)- une pointe de diamant pour une charge totale  $F=150\text{daN}$ , utilisée pour les alliages très durs, aciers trempés.

Les billes sont serties sur le corps du pénétrateur et le diamant est taillé pour obtenir un cône de  $120^\circ$ , son extrémité est sphérique, il est monté sur un corps en aciers appelé cône de Brâsle.

Suivant l'emploi de l'un ou de l'autre des pénétrateurs l'échelle des duretés change et nous aurons les duretés suivantes :

-HRB, HRE, HRF pour le pénétrateur bille

-HRC pour le pénétrateur diamant

Lorsque le pénétrant change, la charge également

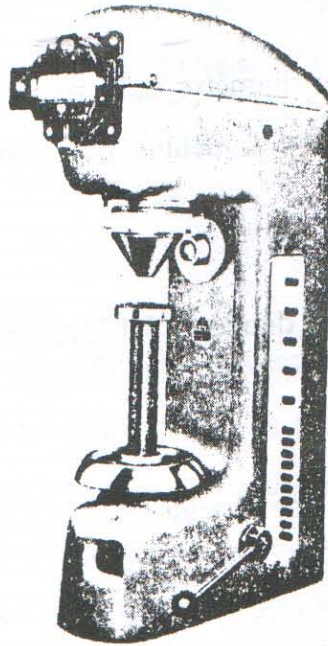
-charge totale appliquée pour HRB, HRE est de  $100\text{daN}$

-charge totale appliquée pour HRF est de  $60\text{daN}$

-charge totale appliquée pour HRC est de  $150\text{daN}$

Sous charge totale, on comprend la somme de la précharge  $F_0=10\text{daN}$  et la charge additionnelle (normale).

L'appareil utilisé pour l'essai Brinell et Vickers est représenté sur le figure 28.



(fig.28)

avant l'application de la charge normale d'essai, une précharge  $F_0=10\text{daN}$  est appliquée sur le pénétrateur pour éliminer l'effet de surface.

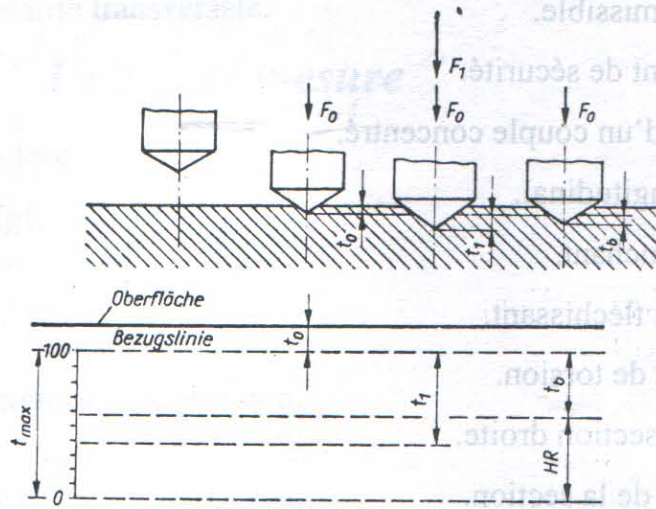
L'application de la charge d'essai est effectuée en deux phases figure.29

- application de la précharge  $F_0$  avec une pénétration  $t_0$ .
- ensuite application de la charge supplémentaire normale  $F_1$  qui donne une pénétration  $t_1$ .

La durée de l'application varie de  $3\div 8$  secondes, est dépend du matériau.

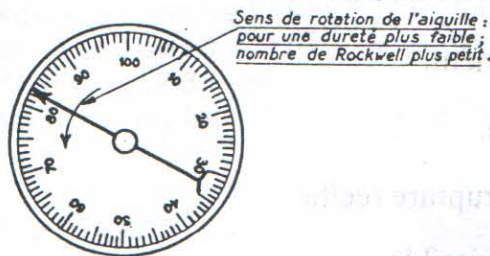


A la fin de l'essai on laisse la précharge  $F_0$  appliquée et la profondeur  $t_b$  peut nous donner directement la dureté Rockwell.



(fig.29)

on utilisons le comparateur gradué en degré allant de 100 correspondant à une pénétration nulle et représentant la force  $F_0$ , jusqu'à zéro correspondant à une pénétration de 0.2 mm fig.30



(fig.30)

## Principales Notations

P-force concentrée.

$P_{cr}$ - force critique.

[P]-force admissible.

N- coefficient de sécurité.

M-moment d'un couple concentré.

H- effort longitudinal.

Q- effort tranchant.

$M_f$ - moment fléchissant.

$M_t$ - moment de torsion.

F-aire de la section droite.

L- longueur de la section.

b- largeur de la section.

h- hauteur de la section.

d-diamètre.

$\mu$ - coefficient de poisson.

E- module d'élasticité longitudinale.

G-module d'élasticité transversale.

$\sigma$  -contrainte normale.

$\sigma_p$  - limite de proportionnalité.

$\sigma_e$ -limite d'écoulement.

$\sigma_l$ -résistance limite.

$\sigma_{reel}$  - résistance de rupture réelle.

[ $\sigma$ ]- contrainte admissible.

$\sigma_{cr}$  - contrainte critique.

$\tau$  - contrainte tangentielle.

[ $\tau$ ]-contrainte tangentielle admissible.

$\theta$  - rotation de la section d'une poutre.



$f$ - déplacement vertical d'une poutre.

$\Delta l$ -allongement absolu.

$\epsilon$  - allongement relatif.

$\epsilon'$ - déformation relative transversale.

### ***Unités de mesure***

N-newton unité de force.

1daN=10N~1,02Kgf.

1kN=10<sup>3</sup>N.

1MN=10<sup>6</sup>N.

N/m<sup>2</sup>-unité de contrainte et de pression.

1Pa=N/m<sup>2</sup>.

1bar=10<sup>5</sup>Pa=1Kgf/cm<sup>2</sup>=1daN/cm<sup>2</sup>=10<sup>5</sup>N/m<sup>2</sup>.

#### **Mesures linéaires**

- 1 micron = 1/1000 de millimètre [mm] = 0,001 mm
- 1 pouce (inche) [in] = 25,40 mm
- 1 pied (foot) [ft] = 304,80 mm
- 1 yard [yd] = 0,914 mètre [m] = 914 mm
- 1 mille terrestre (mile) [mi] = 1,609 kilomètre [km]
- 1 mille marin (nautical mile) = 1,853 km

#### **Mesures de surface**

- 1 pouce carré (square inche) [in<sup>2</sup>] = 645,2 mm<sup>2</sup>
- 1 pied carré (square foot) [ft<sup>2</sup>] = 0,0929 m<sup>2</sup>
- 1 yard carré [yd<sup>2</sup>] = 0,836 m<sup>2</sup>
- 1 mille carré (square mile) [mi<sup>2</sup>] = 2,59 km<sup>2</sup>

#### **Mesures de volume**

- 1 pouce cube (cubic inche) [in<sup>3</sup>] = 16,39 cm<sup>3</sup>
- 1 pied cube (cubic foot) [ft<sup>3</sup>] = 28,32 dm<sup>3</sup> ou litres[l]
- 1 yard cube (cubic yard) [yd<sup>3</sup>] = 0,765 m<sup>3</sup>
- 1 US gallon [US gal] = 3,785 litres [l]
- 1 UK gallon [UK gal] = 4,5461 litres [l]
- 1 barille de pétrole (barrel petroleum) [br] = 159 l

## Mesures de masse, poids et force

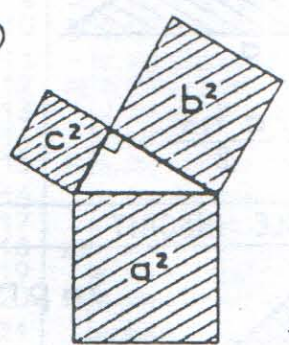
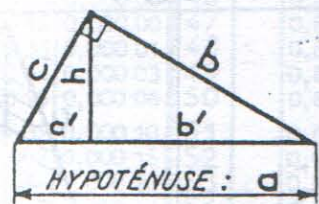
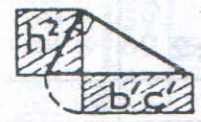
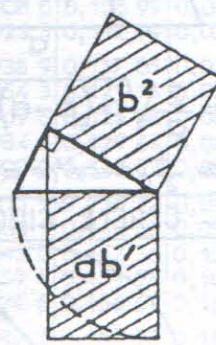
- 1 grain = 64,8 milligramme [mg]
- 1 once (ounce) [oz] = 28,35 gramme [g]
- 1 livre (pound) [lb] = 0,4536 kg
- 1 kilogramme force [kgf]:
  - 1 kgf = 9,806 Newton [N]
  - 1 kgf = 0,9806 décanewton [daN]
- 1 (hundred weight) [cwt] = 50,80 kg
- 1 tonne américaine(short ton)[Sh tn] = 0,9072 tonne [t]
- 1 tonne britannique(long ton)[UK ton] = 1,0160 t
- 1 livre force-pied (pound force-foot) [lbf ft]:
  - 1 lbf ft = 1,3558 Nm

## Mesures de pression et contrainte

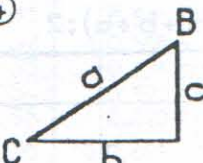
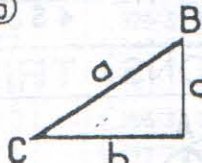
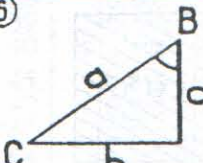
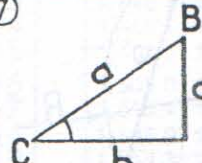
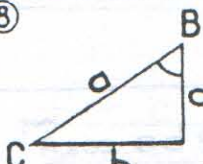
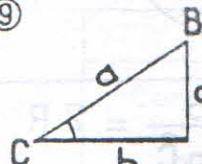
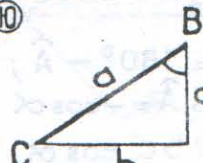
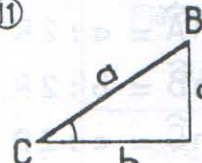
- 1 kg/cm<sup>2</sup> = 0,9807 bar [b]
  - = 0,9678 atmosphère [atm]
  - = 10,01 m H<sub>2</sub>O
- 1 pascal [Pa] = 1 Newton par m<sup>2</sup> [N/m<sup>2</sup>]
- 1 mégapascal [MPa] = 1 Newton par mm<sup>2</sup> [N/mm<sup>2</sup>]
- 1 bar [b]:
  - 1 b = 1 décanewton par cm<sup>2</sup> [daN/cm<sup>2</sup>]
  - 1 b = 1,013 x 10<sup>5</sup> pascal [Pa]
  - 1 b = 10,21 m H<sub>2</sub>O
- 1 hectobar [hbar] = 1 daN/mm<sup>2</sup>
- 1 livre force par pouce carré (pound force per square inch) [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI]:
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,0069 N/mm<sup>2</sup> ou MPa
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,069 daN/cm<sup>2</sup> ou b
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,0703 kg/cm<sup>2</sup>
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 51,715 mm de mercure [mm Hg]
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,70307 mm H<sub>2</sub>O
- 1 livre force par pied carré (pound force per foot inch) [PSF] = 4,88 kg/m<sup>2</sup>
- 1 tonne américaine par pouce carré(Short ton per square inch) [Sh tn/in<sup>2</sup>] = 13,79 Mpa = 1,406 kg/mm<sup>2</sup>
- 1 tonne britannique par pouce carré (UK ton per square inch) [UK ton/in<sup>2</sup>] = 15,44 Mpa = 1,575 kg/mm<sup>2</sup>



## RELATIONS MÉTRIQUES

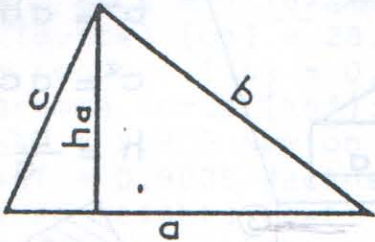
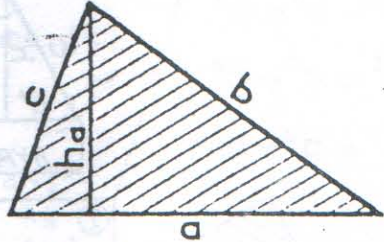
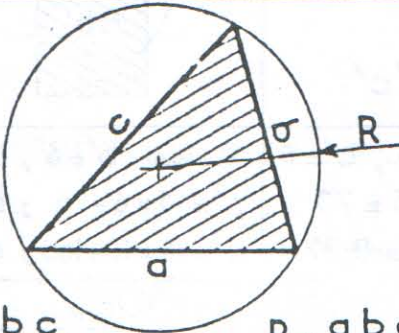
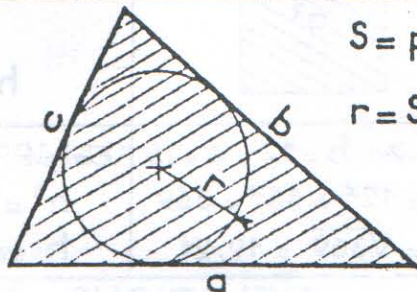
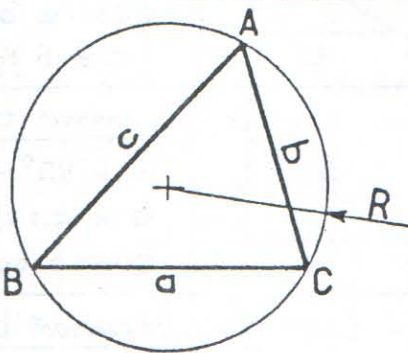
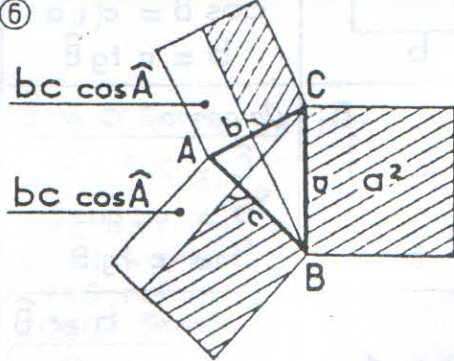
$a^2 = b^2 + c^2$ $b^2 = a^2 - c^2$ $c^2 = a^2 - b^2$ <p>①</p> 	 <p>HYPOTÉNUSE : a</p> <p>②</p>  $h^2 = b'c'$	$b^2 = ab'$ $c^2 = ac'$ $h = \frac{bc}{a}$ <p>③</p> 
<p>Exemple : <math>b=12</math>, <math>c=15</math></p> $a^2 = 12^2 + 15^2 = 369$ $a = \sqrt{369} = 19,21$	<p>Exemple : <math>b'=14</math>, <math>c'=5</math></p> $h^2 = 14 \times 5 = 70$ $h = \sqrt{70} = 8,37$	<p>Exemple : <math>b'=6</math>, <math>c'=10</math></p> $b^2 = 16 \times 6 = 96 ; b = \sqrt{96}$ $c^2 = 16 \times 10 = 160 ; c = \sqrt{160}$

## RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

<p>④</p> 	<p>On connaît a et c</p> $\sin \hat{C} = c : a$ $\cos \hat{B} = c : a$ $b = c \operatorname{tg} \hat{B}$	<p>⑤</p> 	<p>On connaît a et b</p> $\sin \hat{B} = b : a$ $\cos \hat{C} = b : a$ $c = b \operatorname{tg} \hat{C}$
<p>⑥</p> 	<p>On connaît c et <math>\hat{B}</math></p> $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ $a = c : \cos \hat{B}$ $b = c \operatorname{tg} \hat{B}$	<p>⑦</p> 	<p>On connaît c et <math>\hat{C}</math></p> $\hat{B} = 90^\circ - \hat{C}$ $a = c : \sin \hat{C}$ $b = c \operatorname{cotg} \hat{C}$
<p>⑧</p> 	<p>On connaît b et <math>\hat{B}</math></p> $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ $a = b : \sin \hat{B}$ $c = b \operatorname{cotg} \hat{B}$	<p>⑨</p> 	<p>On connaît b et <math>\hat{C}</math></p> $\hat{B} = 90^\circ - \hat{C}$ $a = b : \cos \hat{C}$ $c = b \operatorname{tg} \hat{C}$
<p>⑩</p> 	<p>On connaît a et <math>\hat{B}</math></p> $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ $b = a \sin \hat{B}$ $c = a \cos \hat{B}$	<p>⑪</p> 	<p>On connaît a et <math>\hat{C}</math></p> $\hat{B} = 90^\circ - \hat{C}$ $b = a \cos \hat{C}$ $c = a \sin \hat{C}$

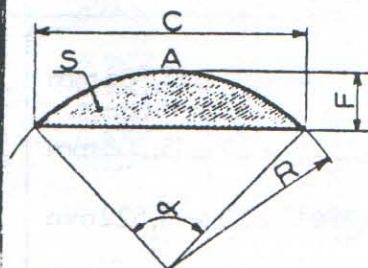
Les valeurs de SIN, COS, TG, COTG sont lues dans les tables (Doc 15, 16, 17, 18)



RELATIONS MÉTRIQUES	
① HAUTEUR (h)  $h_a = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ <p>p ou <math>\frac{1}{2}</math> périmètre = <math>(a+b+c):2</math></p>	② SURFACE (S)  $S = \frac{a h_a}{2}$
③ CERCLE CIRCONSCRIT  $S = \frac{a b c}{4 R} \quad R = \frac{a b c}{4 S}$	④ CERCLE INSCRIT  $S = p r \quad r = S : p$ <p>p ou <math>\frac{1}{2}</math> périmètre = <math>(a+b+c):2</math></p>
RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES	
⑤  $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2 R$	⑥  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos \hat{A}$
$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2 R$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos \hat{A}$
$\begin{array}{l} a = 2 R \sin \hat{A} \\ b = 2 R \sin \hat{B} \\ c = 2 R \sin \hat{C} \end{array} \quad \begin{array}{l} \sin \hat{A} = a : 2 R \\ \sin \hat{B} = b : 2 R \\ \sin \hat{C} = c : 2 R \end{array}$	<p>Si <math>\hat{A} &gt; 90^\circ</math>  son supplément <math>\alpha = 180^\circ - \hat{A}</math>;  donc <math>\alpha &lt; 90^\circ</math> et <math>\cos \hat{A} = -\cos \alpha</math>  <math display="block">a^2 = b^2 + c^2 + 2 b c \cos \alpha</math></p>
Les valeurs de SIN, COS, TG, CÔTG sont lues dans les tables (Doc 15,16,17,18)	



$\alpha$	N	A	C	F	S	$\alpha$	N	A	C	F	S
1	360	0,017 5	0,017 5	0,000 04	0,000 00	46		0,802 9	0,781 5	0,079 50	0,041 76
2	180	0,034 9	0,034 9	0,000 15	0,000 00	47		0,820 3	0,797 5	0,082 94	0,044 48
3	120	0,052 4	0,052 4	0,000 34	0,000 01	48		0,837 8	0,813 5	0,086 45	0,047 31
4	90	0,069 8	0,069 8	0,000 61	0,000 03	49		0,855 2	0,829 4	0,090 04	0,050 25
5	72	0,087 3	0,087 2	0,000 95	0,000 06	50		0,872 7	0,845 2	0,093 69	0,053 31
6	60	0,104 7	0,104 7	0,001 37	0,000 10	51		0,890 1	0,861 0	0,097 41	0,056 49
7		0,122 2	0,122 1	0,001 87	0,000 15	52		0,907 6	0,876 7	0,101 21	0,059 78
8	45	0,139 6	0,139 5	0,002 44	0,000 23	53		0,925 0	0,892 4	0,105 07	0,063 19
9	40	0,157 1	0,156 9	0,003 08	0,000 32	54		0,942 5	0,908 0	0,108 99	0,066 73
10	36	0,174 5	0,174 3	0,003 81	0,000 44	55		0,959 9	0,923 5	0,112 99	0,070 39
11		0,192 0	0,191 7	0,004 60	0,000 59	56		0,977 4	0,938 9	0,117 05	0,074 17
12	30	0,209 4	0,209 1	0,005 48	0,000 76	57		0,994 8	0,954 3	0,121 18	0,078 08
13		0,226 9	0,226 4	0,006 43	0,000 97	58		1,012 3	0,969 6	0,125 38	0,082 12
14		0,244 3	0,243 7	0,007 45	0,001 21	59		1,029 7	0,984 8	0,129 64	0,086 29
15	24	0,261 8	0,261 1	0,008 56	0,001 49	60	6	1,047 2	1,000 0	0,133 97	0,090 59
16		0,279 3	0,278 3	0,009 73	0,001 81	61		1,064 7	1,015 1	0,138 37	0,095 02
17		0,296 7	0,295 6	0,010 98	0,002 17	62		1,082 1	1,030 1	0,142 83	0,099 58
18	20	0,314 2	0,312 9	0,012 31	0,002 57	63		1,099 6	1,045 0	0,147 36	0,104 28
19		0,331 6	0,330 1	0,013 71	0,003 02	64		1,117 0	1,059 8	0,151 95	0,109 11
20	18	0,349 1	0,347 3	0,015 19	0,003 52	65		1,134 5	1,074 6	0,156 61	0,114 08
21		0,366 5	0,364 5	0,016 75	0,004 08	66		1,151 9	1,089 3	0,161 33	0,119 19
22		0,384 0	0,381 6	0,018 37	0,004 68	67		1,169 4	1,103 9	0,166 11	0,124 43
23		0,401 4	0,398 7	0,020 08	0,005 35	68		1,186 8	1,118 4	0,170 96	0,129 82
24	15	0,418 9	0,415 8	0,021 85	0,006 07	69		1,204 3	1,132 8	0,175 87	0,135 35
25		0,436 3	0,432 9	0,023 70	0,006 86	70		1,221 7	1,147 2	0,180 85	0,141 02
26		0,453 8	0,449 9	0,025 63	0,007 71	71		1,239 2	1,161 4	0,185 88	0,146 83
27		0,471 2	0,466 9	0,027 63	0,008 62	72	5	1,256 6	1,175 6	0,190 98	0,152 79
28		0,488 7	0,483 8	0,029 69	0,009 61	73		1,274 1	1,189 6	0,196 14	0,158 89
29		0,506 1	0,500 8	0,031 85	0,010 67	74		1,291 5	1,203 6	0,201 36	0,165 14
30	12	0,523 6	0,517 6	0,034 07	0,011 80	75		1,309 0	1,217 5	0,206 65	0,171 54
31		0,541 1	0,534 5	0,036 37	0,013 01	76		1,326 5	1,231 3	0,211 99	0,178 08
32		0,558 5	0,551 2	0,038 74	0,014 29	77		1,343 9	1,245 0	0,217 39	0,184 77
33		0,576 0	0,568 0	0,041 18	0,015 66	78		1,361 4	1,258 6	0,222 85	0,191 60
34		0,593 4	0,584 7	0,043 70	0,017 11	79		1,378 8	1,272 2	0,228 38	0,198 59
35		0,610 9	0,601 4	0,046 28	0,018 64	80		1,396 3	1,285 6	0,233 96	0,205 73
36	10	0,628 3	0,618 0	0,048 94	0,020 27	81		1,413 7	1,298 9	0,239 59	0,213 01
37		0,645 8	0,634 6	0,051 68	0,021 98	82		1,431 2	1,312 1	0,245 29	0,220 45
38		0,663 2	0,651 1	0,054 48	0,023 78	83		1,448 6	1,325 2	0,251 04	0,228 04
39		0,680 7	0,667 6	0,057 36	0,025 68	84		1,466 1	1,338 3	0,256 86	0,235 78
40	9	0,698 1	0,684 0	0,060 31	0,027 67	85		1,483 5	1,351 2	0,262 72	0,243 67
41		0,715 6	0,700 4	0,063 33	0,029 76	86		1,501 0	1,364 0	0,268 65	0,251 71
42		0,733 0	0,716 7	0,066 42	0,031 95	87		1,518 4	1,376 7	0,274 63	0,259 90
43		0,750 5	0,733 0	0,069 58	0,034 25	88		1,535 9	1,389 3	0,280 66	0,268 25
44		0,767 9	0,749 2	0,072 81	0,036 64	89		1,553 3	1,401 8	0,286 75	0,276 75
45	8	0,785 4	0,765 4	0,076 12	0,039 15	90	4	1,570 8	1,414 2	0,292 89	0,285 40



$\alpha$  = Angle  
 R = Rayon  
 A = Arc  
 C = Corde  
 F = Flèche  
 S = Segment

#### RELATIONS

$$\text{Corde } C = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{ou } C = 2\sqrt{2RF \cdot F}$$

$$\text{Flèche } F = R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\text{ou } F = R - \sqrt{R^2 - \frac{C^2}{4}}$$

Arc A

$$A = \frac{\pi R \alpha}{180}$$

Rayon R

$$R = \frac{C^2}{8F} + \frac{F}{2}$$



$\alpha$	N	A	C	F	S	$\alpha$	N	A	C	F	S
91		1,588 2	1,426 5	0,299 09	0,294 20	136		2,373 6	1,854 4	0,625 39	0,839 49
92		1,605 7	1,438 7	0,305 34	0,303 16	137		2,391 1	1,860 8	0,633 50	0,854 55
93		1,623 2	1,450 7	0,311 65	0,312 26	138		2,408 6	1,867 2	0,641 63	0,869 71
94		1,640 6	1,462 7	0,318 00	0,321 52	139		2,426 0	1,873 3	0,649 79	0,884 97
95		1,658 0	1,474 6	0,324 41	0,330 93	140		2,443 5	1,879 4	0,657 98	0,900 34
96		1,675 5	1,486 3	0,330 87	0,340 50	141		2,460 9	1,885 3	0,666 19	0,915 80
97		1,693 0	1,497 9	0,337 38	0,350 21	142		2,478 4	1,891 0	0,674 43	0,931 35
98		1,710 4	1,509 4	0,343 94	0,360 08	143		2,495 8	1,896 6	0,682 70	0,947 00
99		1,727 9	1,520 8	0,350 55	0,370 09	144		2,513 3	1,902 1	0,690 98	0,962 74
100		1,745 3	1,532 1	0,357 21	0,380 26	145		2,530 7	1,907 4	0,699 29	0,978 58
101		1,762 8	1,543 2	0,363 92	0,390 58	146		2,548 2	1,912 6	0,707 63	0,994 49
102		1,780 2	1,554 3	0,370 68	0,401 04	147		2,565 6	1,917 6	0,715 98	1,010 50
103		1,797 7	1,565 2	0,377 49	0,411 66	148		2,583 1	1,922 5	0,724 36	1,026 58
104		1,815 1	1,576 0	0,384 34	0,422 42	149		2,600 5	1,927 3	0,732 76	1,042 75
105		1,832 6	1,586 7	0,391 24	0,433 34	150		2,618 0	1,931 9	0,741 18	1,059 00
106		1,850 0	1,597 3	0,398 18	0,444 39	151		2,635 4	1,936 3	0,749 62	1,075 32
107		1,867 5	1,607 7	0,405 18	0,455 60	152		2,652 9	1,940 6	0,758 08	1,091 71
108		1,885 0	1,618 0	0,412 21	0,466 95	153		2,670 4	1,944 7	0,766 55	1,108 18
109		1,902 4	1,628 2	0,419 30	0,478 44	154		2,687 8	1,948 7	0,775 05	1,124 72
110		1,919 9	1,638 3	0,426 42	0,490 08	155		2,705 3	1,952 6	0,783 56	1,141 32
111		1,937 3	1,648 3	0,433 59	0,501 87	156		2,722 7	1,956 3	0,792 09	1,157 99
112		1,954 8	1,658 1	0,440 81	0,513 79	157		2,740 2	1,959 8	0,800 63	1,174 72
113		1,972 2	1,667 8	0,448 06	0,525 86	158		2,757 6	1,963 2	0,809 19	1,191 51
114		1,989 7	1,677 3	0,455 36	0,538 07	159		2,775 1	1,966 5	0,817 76	1,208 35
115		2,007 1	1,686 8	0,462 70	0,550 41	160		2,792 5	1,969 6	0,826 35	1,225 25
116		2,024 6	1,696 1	0,470 08	0,562 89	161		2,810 0	1,972 6	0,834 95	1,242 21
117		2,042 0	1,705 3	0,477 50	0,575 51	162		2,827 4	1,975 4	0,843 57	1,259 21
118		2,059 5	1,714 3	0,484 96	0,588 27	163		2,844 9	1,978 0	0,852 19	1,276 26
119		2,076 9	1,723 3	0,492 46	0,601 16	164		2,862 3	1,980 5	0,860 83	1,293 35
120	3	2,094 4	1,732 1	0,500 00	0,614 18	165		2,879 8	1,982 9	0,869 47	1,310 49
121		2,111 8	1,740 7	0,507 58	0,627 34	166		2,897 2	1,985 1	0,878 13	1,327 66
122		2,129 3	1,749 2	0,515 19	0,640 63	167		2,914 7	1,987 1	0,886 80	1,344 87
123		2,146 8	1,757 6	0,522 84	0,654 04	168		2,932 2	1,989 0	0,895 47	1,362 12
124		2,164 2	1,765 9	0,530 53	0,667 59	169		2,949 6	1,990 8	0,904 15	1,379 40
125		2,181 7	1,774 0	0,538 25	0,681 25	170		2,967 1	1,992 4	0,912 84	1,396 71
126		2,199 1	1,782 0	0,546 01	0,695 05	171		2,984 5	1,993 8	0,921 54	1,414 04
127		2,216 6	1,789 9	0,553 80	0,708 97	172		3,002 0	1,995 1	0,930 24	1,431 40
128		2,234 0	1,797 6	0,561 63	0,723 01	173		3,019 4	1,996 3	0,938 95	1,448 78
129		2,251 5	1,805 2	0,569 49	0,737 16	174		3,036 9	1,997 3	0,947 66	1,466 17
130		2,268 9	1,812 6	0,577 38	0,751 44	175		3,054 3	1,998 1	0,956 38	1,483 59
131		2,286 4	1,819 9	0,585 31	0,765 84	176		3,071 8	1,998 8	0,965 10	1,501 01
132		2,303 8	1,827 1	0,593 26	0,780 34	177		3,089 2	1,999 3	0,973 82	1,518 45
133		2,321 3	1,834 1	0,601 25	0,794 97	178		3,106 7	1,999 7	0,982 55	1,535 89
134		2,338 7	1,841 0	0,609 27	0,809 70	179		3,124 1	1,999 9	0,991 27	1,553 34
135		2,356 2	1,847 8	0,617 32	0,824 54	180		3,141 6	2,000 0	1,000 00	1,570 80

NOMBRE DE CÔTÉS (N) DU POLYGONE RÉGULIER

### UTILISATION DE LA TABLE : Exemple $\alpha = 45^\circ$

Lecture sur table	En fonction de R	Application : R = 20 mm
A = 0,785 4	Arc = A . R	Arc = 0,785 4 × 20 = 15,708 mm
C = 0,765 4	Corde = C . R	Corde = 0,765 4 × 20 = 15,308 mm
F = 0,076 12	Flèche = F . R	Flèche = 0,076 12 × 20 = 1,522 mm
S = 0,039 15	Segment = S . R <sup>2</sup>	Segment = 0,039 15 × 20 <sup>2</sup> = 15,66 mm <sup>2</sup>



D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0	3,142	6,283	9,425	12,566	15,708	18,850	21,991	25,133	28,274
1.	31,416	34,558	37,699	40,841	43,982	47,124	50,265	53,407	56,549	59,690
2.	62,832	65,973	69,115	72,257	75,398	78,540	81,681	84,823	87,965	91,106
3.	94,248	97,389	100,531	103,673	106,814	109,956	113,097	116,239	119,381	122,522
4.	125,664	128,806	131,947	135,089	138,230	141,370	144,514	147,655	150,797	153,938
5.	157,08	160,22	163,36	166,50	169,65	172,79	175,93	179,07	182,21	185,35
6.	188,50	191,64	194,78	197,92	201,06	204,20	207,35	210,49	213,63	216,77
7.	219,91	223,05	226,19	229,34	232,48	235,62	238,76	241,90	245,04	248,19
8.	251,33	254,47	257,61	260,75	263,89	267,04	270,18	273,32	276,46	279,60
9.	282,74	285,88	289,03	292,17	295,31	298,45	301,59	304,73	307,88	311,02
10.	314,16	317,30	320,44	323,58	326,73	329,87	333,01	336,15	339,29	342,43
11.	345,58	348,72	351,86	355,00	358,14	361,28	364,42	367,57	370,71	373,85
12.	376,99	380,13	383,27	386,42	389,56	392,70	395,84	398,98	402,12	405,27
13.	408,41	411,55	414,69	417,83	420,97	424,12	427,26	430,40	433,54	436,68
14.	439,82	442,96	446,11	449,25	452,39	455,53	458,67	461,81	464,96	468,10
15.	471,24	474,38	477,52	480,66	483,81	486,95	490,09	493,23	496,37	499,51
16.	502,65	505,80	508,94	512,08	515,22	518,36	521,50	524,65	527,79	530,93
17.	534,07	537,21	540,35	543,50	546,64	549,78	552,92	556,06	559,20	562,35
18.	565,49	568,63	571,77	574,91	578,05	581,19	584,34	587,48	590,62	593,76
19.	596,90	600,04	603,19	606,33	609,47	612,61	615,75	618,89	622,04	625,18
20.	628,32	631,46	634,60	637,74	640,88	644,03	647,17	650,31	653,45	656,59
21.	659,73	662,88	666,02	669,16	672,30	675,44	678,58	681,73	684,87	688,01
22.	691,15	694,29	697,43	700,58	703,72	706,86	710,00	713,14	716,28	719,42
23.	722,57	725,71	728,85	731,99	735,13	738,27	741,42	744,56	747,70	750,84
24.	753,98	757,12	760,27	763,41	766,55	769,69	772,83	775,97	779,11	782,26
25.	785,40	788,54	791,68	794,82	797,96	801,11	804,25	807,39	810,53	813,67
26.	816,81	819,96	823,10	826,24	829,38	832,52	835,66	838,81	841,95	845,09
27.	848,23	851,37	854,51	857,65	860,80	863,94	867,08	870,22	873,36	876,50
28.	879,65	882,79	885,93	889,07	892,21	895,35	898,50	901,64	904,78	907,92
29.	911,06	914,20	917,35	920,49	923,63	926,77	929,91	933,05	936,19	939,34

Exemple: Longueur de la circonférence de diamètre 142 mm  
lire: 446,11mm

Exemple: Diamètre de la circonférence de longueur 860 mm  
lire: 274 mm, environ



Développement  
de la circonférence =  $\pi D$

$$\pi = \frac{\text{CIRCONFÉRENCE}}{\text{DIAMÈTRE}}$$

$$\pi = 3,14159....$$

#### LONGUEUR DES ARCS DE RAYON = 1

°	VALEURS	'	VALEURS	"	VALEURS	APPLICATION
1	0,0175	1	0,000 291	1	0,000 005	La longueur d'un arc de 62° 34' 15" s'obtient:  62° = 1,082 1 30' = 0,008 727 4' = 0,001 164 10" = 0,000 048 5" = 0,000 024  62° 34' 15" = 1,092 063 l ≈ 1,092
2	0,0349	2	0,000 582	2	0,000 010	
3	0,0524	3	0,000 873	3	0,000 015	
4	0,0698	4	0,001 164	4	0,000 019	
5	0,0873	5	0,001 454	5	0,000 024	
6	0,1047	6	0,001 745	6	0,000 029	
7	0,1222	7	0,002 036	7	0,000 034	
8	0,1396	8	0,002 327	8	0,000 039	
9	0,1571	9	0,002 618	9	0,000 044	
		10	0,002 909	10	0,000 048	
		20	0,005 818	20	0,000 097	
		30	0,008 727	30	0,000 145	
		40	0,011 636	40	0,000 190	
		50	0,014 544	50	0,000 242	

Les longueurs des arcs de ° en ° sont données sur Doc 37 et 38

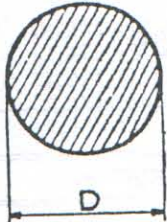
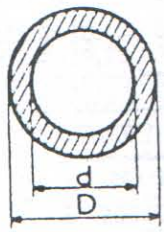
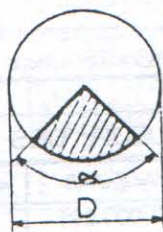
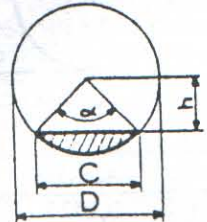


D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0	0,79	3,14	7,07	12,57	19,64	28,27	38,48	50,27	63,62
1.	78,54	95,03	113,10	132,73	153,94	176,72	201,06	226,98	254,47	283,53
2.	314,16	346,36	380,13	415,48	452,39	490,87	530,93	572,56	615,75	660,52
3.	706,86	754,77	804,25	855,30	907,92	962,11	1 017,88	1 075,21	1 134,11	1 194,59
4.	1 256,64	1 320,25	1 385,44	1 452,20	1 520,53	1 590,43	1 661,90	1 734,94	1 809,56	1 885,74
5.	1 963,50	2 042,82	2 123,72	2 206,18	2 290,22	2 375,83	2 463,01	2 551,76	2 642,08	2 733,97
6.	2 827,43	2 922,47	3 019,07	3 117,25	3 216,99	3 318,31	3 421,19	3 525,65	3 631,68	3 739,28
7.	3 848,45	3 959,19	4 071,50	4 185,39	4 300,84	4 417,86	4 536,46	4 656,63	4 778,36	4 901,67
8.	5 026,55	5 153,00	5 281,02	5 410,61	5 541,77	5 674,50	5 808,80	5 944,68	6 082,12	6 221,14
9.	6 361,73	6 503,88	6 647,61	6 792,91	6 939,78	7 088,22	7 238,23	7 389,81	7 542,96	7 697,69
10.	7 854,0	8 011,9	8 171,3	8 332,3	8 494,9	8 659,0	8 824,7	8 992,0	9 160,9	9 331,3
11.	9 503,3	9 676,9	9 852,0	10 028,7	10 207,0	10 386,9	10 568,3	10 751,3	10 935,9	11 122,0
12.	11 309,7	11 499,0	11 689,9	11 882,3	12 076,3	12 271,8	12 469,0	12 667,7	12 868,0	13 069,8
13.	13 273,2	13 478,2	13 684,8	13 892,9	14 102,6	14 313,9	14 526,7	14 741,1	14 957,1	15 174,7
14.	15 393,8	15 614,5	15 836,8	16 060,6	16 286,0	16 513,0	16 741,5	16 971,7	17 203,4	17 436,6
15.	17 671,5	17 907,9	18 145,8	18 385,4	18 626,5	18 869,2	19 113,4	19 359,3	19 606,7	19 855,7
16.	20 106,2	20 358,3	20 612,0	20 867,2	21 124,1	21 382,5	21 642,4	21 904,0	22 167,1	22 431,8
17.	22 698,0	22 965,8	23 235,2	23 506,2	23 778,7	24 052,8	24 328,5	24 605,7	24 884,6	25 164,9
18.	25 446,9	25 730,4	26 015,5	26 302,2	26 590,4	26 880,3	27 171,6	27 464,6	27 759,1	28 055,2
19.	28 352,9	28 652,1	28 952,9	29 255,3	29 559,2	29 864,8	30 171,9	30 480,5	30 790,7	31 102,6
20.	31 415,9	31 730,9	32 047,4	32 365,5	32 685,1	33 006,4	33 329,2	33 653,5	33 979,5	34 307,0
21.	34 636,1	34 966,7	35 298,9	35 632,7	35 968,1	36 305,0	36 643,5	36 983,6	37 325,3	37 668,5
22.	38 013,3	38 359,6	38 707,6	39 057,1	39 408,1	39 760,8	40 115,0	40 470,8	40 828,1	41 187,1
23.	41 547,6	41 909,6	42 273,3	42 638,5	43 005,3	43 373,6	43 743,5	44 115,0	44 488,1	44 862,7
24.	45 238,9	45 616,7	45 996,1	46 377,0	46 759,5	47 143,5	47 529,2	47 916,4	48 305,1	48 695,5
25.	49 087,4	49 480,9	49 875,9	50 272,6	50 670,7	51 070,5	51 471,9	51 874,8	52 279,2	52 685,3
26.	53 092,9	53 502,1	53 912,9	54 325,2	54 739,1	55 154,6	55 571,6	55 990,2	56 410,4	56 832,2
27.	57 255,5	57 680,4	58 106,9	58 534,9	58 964,6	59 395,7	59 828,5	60 262,8	60 698,7	61 136,2
28.	61 575,2	62 015,8	62 458,0	62 901,8	63 347,1	63 794,0	64 242,4	64 692,5	65 144,1	65 597,2
29.	66 052,0	66 508,3	66 966,2	67 425,6	67 886,7	68 349,3	68 813,4	69 279,2	69 746,5	70 215,4

Exemple : Surface d'un cercle de  
diamètre 28 mm  
lire : 615,75 mm²

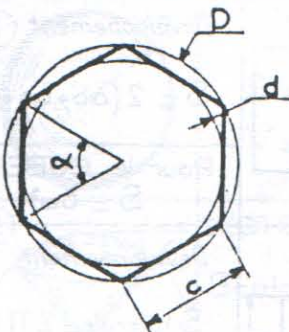







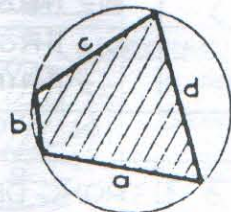
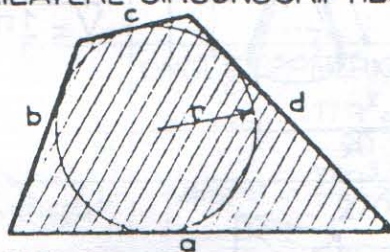
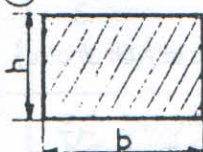
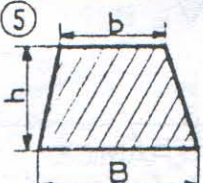
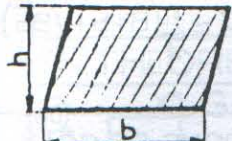

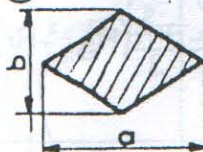
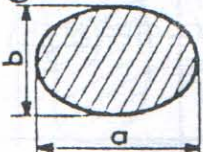
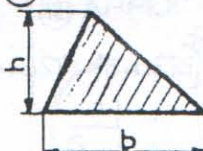
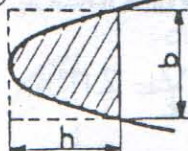
Exemple : Diamètre d'un cercle de  
surface 531 mm²  
lire : 26 mm environ

### SURFACES CIRCULAIRES

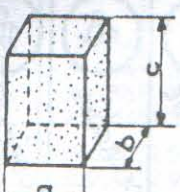
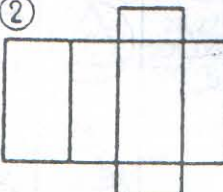
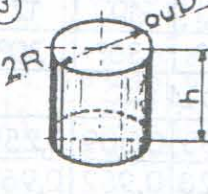
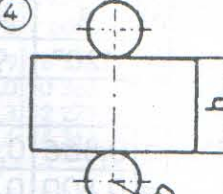
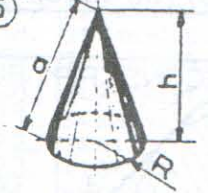
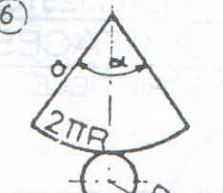
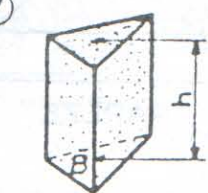
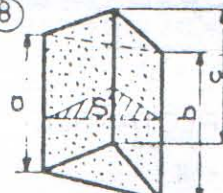
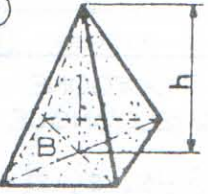
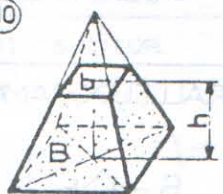

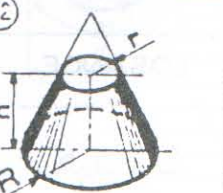
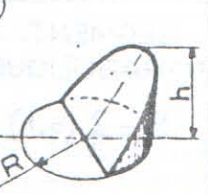
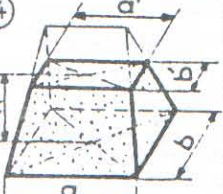
① CERCLE	② COURONNE	③ SECTEUR	④ SEGMENT
			
$S = \frac{\pi D^2}{4}$	$S = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$	$S = \frac{\pi D^2 \alpha}{4 \times 360}$	$S = \frac{\pi D^2 \alpha}{4 \times 360} - \frac{C h}{2}$
Ex: D = 50 mm  S = 1963,50 mm²	Ex: D = 40 mm d = 30 mm  S = 549,50 mm²	Ex: D = 25 mm α = 100°  S = 136,28 mm²	Ex: D = 40 mm α = 90°  S = 114,16 mm²

Les surfaces des segments de ° en ° sont données sur Doc 37 et 38


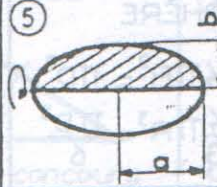
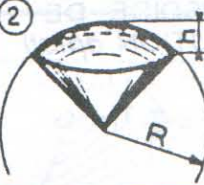
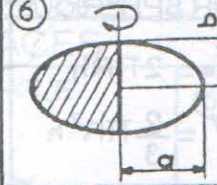
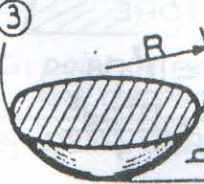
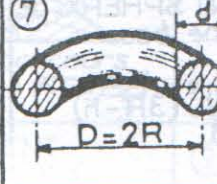
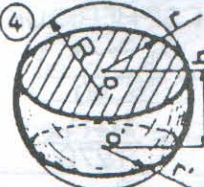
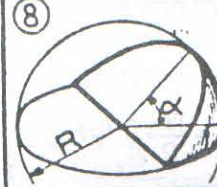
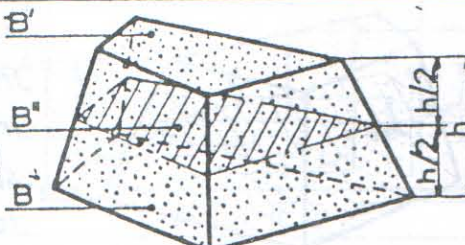
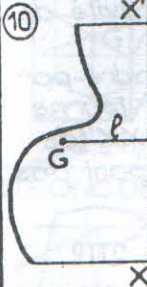
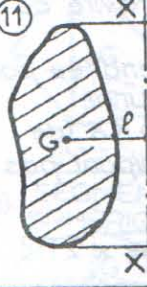




	 TRIANGLE	 CARRÉ	 PENTAGONE	 HEXAGONE	 OCTOGONE	 DÉCAGONE	 DODÉCAGONE	
N	3	4	5	6	8	10	12	
$\alpha$	120°	90°	72°	60°	45°	36°	30°	
VALEURS POUR D=1								
c = longueur du côté	c	0,866	0,707	0,588	0,500	0,383	0,309	0,259
d = diamètre $\phi$ inscrit	d	0,500	0,707	0,811	0,866	0,923	0,952	0,967
S = surface du polygone	S	0,325	0,500	0,596	0,650	0,707	0,735	0,750
SURFACES USUELLES								
② QUADRILATÈRE INSCRIPTIBLE  $p = \frac{a+b+c+d}{2}$ $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$				③ QUADRILATÈRE CIRCONSCRIPTIBLE  $S = p \cdot r$				
④ 	RECTANGLE  $S = b \cdot h$			⑤ 	TRAPÈZE  $S = \frac{B+b}{2} \cdot h$			
⑥ 	PARALLÉLOGRAMME  $S = b \cdot h$			⑦ 	POLYGONE QUELCONQUE  $S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$			
⑧ 	LOSANGE  $S = \frac{a \cdot b}{2}$			⑨ 	ELLIPSE  $S = \frac{\pi \cdot a \cdot b}{4}$ $S = 0,785 \cdot a \cdot b$			
⑩ 	TRIANGLE  $S = \frac{b \cdot h}{2}$			⑪ 	SEGMENT PARABOLIQUE  $S = \frac{2}{3} (b \cdot h)$			


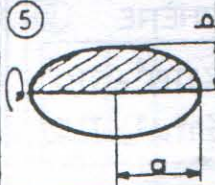

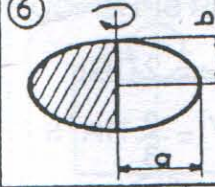
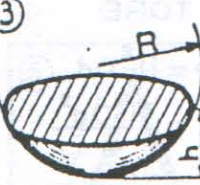
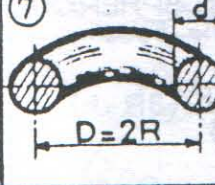

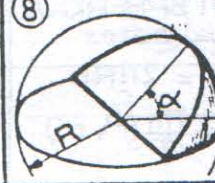
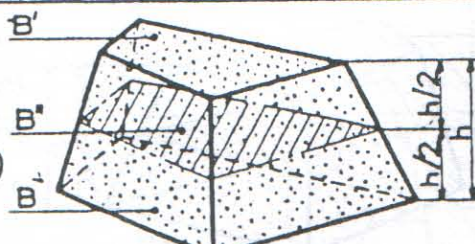
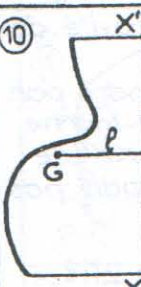
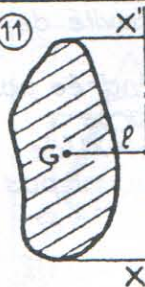


① 	PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE $V = a \cdot b \cdot c$ CUBE: $a = b = c$ $V = a^3$	② 	Développement $S = 2(ab + bc + ca)$ Pour le CUBE $S = 6a^2$
③ 	CYLINDRE $V = \pi R^2 h$ ou $V = \frac{\pi D^2 h}{4}$	④ 	Développement $S_{latérale} = 2\pi R h$ (Sl) $S_{totale} = 2\pi R(R + h)$ (St)
⑤ 	CÔNE $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	⑥ 	Développement $\alpha = \frac{360^\circ \times R}{a}$ $S_l = \pi R a$ $S_t = \pi R a + \pi R^2$ $= \pi R(R + a)$
VOLUMES			
⑦ 	PRISME $V = B \cdot h$	⑧ 	TRONC DE PRISME TRIANGULAIRE $V = S \times \frac{a+b+c}{3}$ S (section droite)
⑨ 	PYRAMIDE $V = \frac{B \cdot h}{3}$	⑩ 	TRONC DE PYRAMIDE $V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$
⑪ 	CYLINDRE TRONQUÉ $V = \pi R^2 \left(\frac{H+h}{2}\right)$	⑫ 	TRONC DE CÔNE $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$
⑬ 	ONGLET CYLINDRIQUE $V = \frac{2}{3}R^2 h$	⑭ 	TAS DE CAILLOUX $V = \frac{h}{6}[b(2a+a') + b'(2a'+a)]$


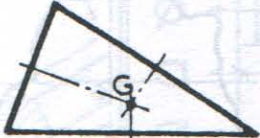





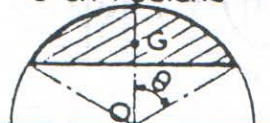

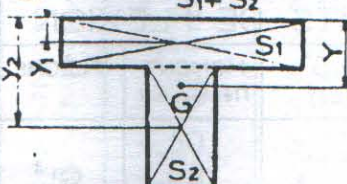
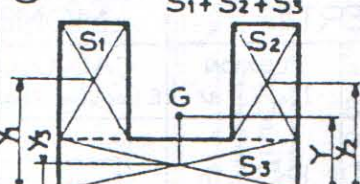
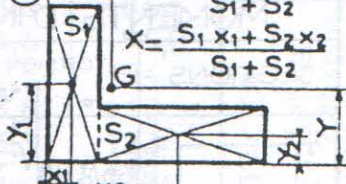
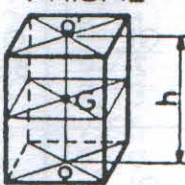
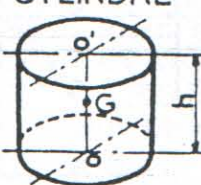
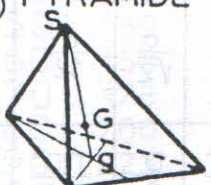
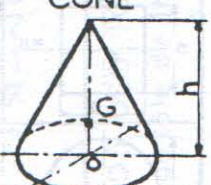
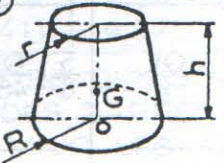

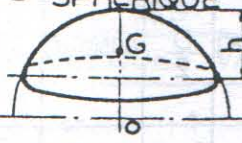



①		SPHÈRE $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi D^3}{6}$	⑤		ELLIPSOÏDE DE RÉVOLUTION <i>allongé</i> $V = \frac{4}{3}\pi a b^2$
②		SÉCTEUR SPHÉRIQUE Scalotte = $2\pi R h$ $V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$	⑥		ELLIPSOÏDE DE RÉVOLUTION <i>aplati</i> $V = \frac{4}{3}\pi a^2 b$
③		SEGMENT SPHÉRIQUE à une base $V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$	⑦		TORE $S = \pi^2 D d$ $V = \frac{\pi^2 D d^2}{4}$
④		SEGMENT SPHÉRIQUE à deux bases $S_{\text{zone}} = 2\pi R h$ $V = \frac{\pi h^3}{6} + \frac{\pi h}{2}(r_1^2 + r_2^2)$	⑧		ONGLET SPHÉRIQUE $S_{\text{fuseau}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{90}$ $V_{\text{onglet}} = \frac{\pi R^3 \alpha}{270}$
⑨	FORMULE DES 3 NIVEAUX				
<p><math>B // B' // B''</math></p> <p><math>V = \frac{h}{6}(B + B' + 4B'')</math></p>				<p>APPLICATIONS:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tronc de pyramide</li> <li>Tronc de cône</li> <li>segment sphérique</li> <li>tas de sable</li> </ul>	
1 <sup>er</sup> THEOREME DE GULDIN			2 <sup>eme</sup> THEOREME DE GULDIN		
⑩	 <p>G: centre de gravité de la ligne</p> <p>S: Surface engendrée par une ligne qui tourne autour d'un axe XX' (de son plan) ne coupant pas la ligne.</p> <p>S = longueur ligne <math>\times 2\pi \ell</math></p>		⑪	 <p>G: centre de gravité de la surface</p> <p>V: Volume engendré par une surface qui tourne autour d'un axe XX' (de son plan) ne coupant pas la surface.</p> <p><math>V = \text{Surface} \times 2\pi \ell</math></p>	
⑫	APPLICATION: centre de gravité de la demi-circonférence:				
 <p><math>4\pi R^2 = \pi R \times 2\pi \ell</math></p> <p><math>\ell = \frac{2R}{\pi} \approx 0,636R</math></p>		<p>⑬ APPLICATION: centre de gravité du demi-cercle:</p> <p><math>\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi R^2}{2} \times 2\pi \ell</math></p> <p><math>\ell = \frac{4R}{3\pi} \approx 0,424R</math></p>			
					

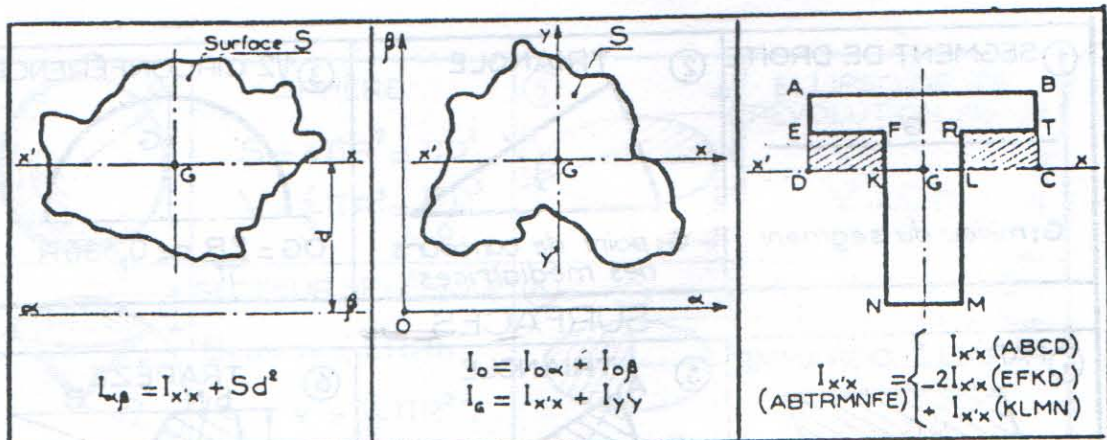


①		SPHÈRE $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi D^3}{6}$	⑤		ELLIPSOÏDE DE RÉVOLUTION <i>allongé</i> $V = \frac{4}{3}\pi a b^2$
②		SECTEUR SPHÉRIQUE Scolotte = $2\pi R h$ $V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$	⑥		ELLIPSOÏDE DE RÉVOLUTION <i>aplati</i> $V = \frac{4}{3}\pi a^2 b$
③		SEGMENT SPHÉRIQUE à une base $V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$	⑦		TORE $S = \pi^2 D d$ $V = \frac{\pi^2 D d^2}{4}$
④		SEGMENT SPHÉRIQUE à deux bases $S_{zone} = 2\pi R h$ $V = \frac{\pi h^3}{6} + \frac{\pi h}{2}(r_1^2 + r_2^2)$	⑧		ONGLET SPHÉRIQUE $S_{fuseau} = \frac{\pi R^2 \alpha}{90}$ $V_{onglet} = \frac{\pi R^3 \alpha}{270}$
⑨	FORMULE DES 3 NIVEAUX				
$B // B' // B''$  $V = \frac{h}{6}(B + B' + 4B'')$			APPLICATIONS: - tronc de pyramide - tronc de cône - segment sphérique - tas de sable		
1 <sup>er</sup> THEOREME DE GULDIN			2 <sup>eme</sup> THEOREME DE GULDIN		
⑩		G: centre de gravité de la ligne S: Surface engendrée par une ligne qui tourne autour d'un axe XX' (de son plan) ne coupant pas la ligne. $S = \text{longueur ligne} \times 2\pi \ell$	⑪		G: centre de gravité de la surface V: Volume engendré par une surface qui tourne autour d'un axe XX' (de son plan) ne coupant pas la surface. $V = \text{Surface} \times 2\pi \ell$
⑫ APPLICATION: centre de gravité de la demi-circonférence: $4\pi R^2 = \pi R \times 2\pi \ell$ $\ell = \frac{2R}{\pi} \approx 0,636R$			⑬ APPLICATION: centre de gravité du demi-cercle: $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi R^2}{2} \times 2\pi \ell$ $\ell = \frac{4R}{3\pi} \approx 0,424R$		

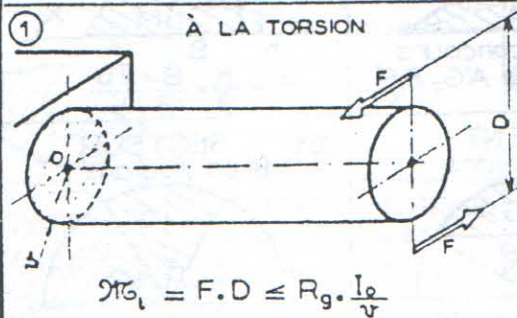


<p>① SEGMENT DE DROITE</p>  <p>G: milieu du segment</p>	<p>② TRIANGLE</p>  <p>G: point de concours des médianes</p>	<p>③ 1/2 CIRCONFÉRENCE</p>  <p><math>OG = \frac{2R}{\pi} \approx 0,636R</math></p>
SURFACES		
<p>④ PARALLÉLOGRAMME</p>  <p>G: point de rencontre des diagonales</p>	<p>⑤ TRIANGLE</p>  <p>G: point de concours des médianes <math>AG = \frac{2}{3} AA'</math></p>	<p>⑥ TRAPÈZE</p>  <p><math>X = \frac{h}{3} \cdot \frac{B+2b}{B+b}</math></p>
<p>⑦ DEMI-CERCLE</p>  <p><math>OG = \frac{4R}{3\pi} \approx 0,424R</math></p>	<p>⑧ SEGMENT <math>\theta</math> en radians</p>  <p><math>OG = \frac{2R}{3} \cdot \frac{\sin^3 \theta}{\theta - \sin \theta \cos \theta}</math></p>	<p>⑨ SECTEUR <math>\theta</math> en radians</p>  <p><math>OG = \frac{2R \sin \theta}{3\theta}</math></p>
<p>⑩ <math>Y = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2}{S_1 + S_2}</math></p> 	<p>⑪ <math>Y = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + S_3 y_3}{S_1 + S_2 + S_3}</math></p> 	<p>⑫ <math>Y = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2}{S_1 + S_2}</math> <math>X = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2}{S_1 + S_2}</math></p> 
VOLUMES		
<p>⑬ PRISME</p>  <p><math>OG = h/2</math></p>	<p>⑭ CYLINDRE</p>  <p><math>OG = h/2</math></p>	<p>⑮ PYRAMIDE</p>  <p><math>gG = Sg/4</math></p>
<p>⑯ CÔNE</p>  <p><math>OG = h/4</math></p>	<p>⑰ TRONC DE CÔNE</p>  <p><math>OG = \frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}</math></p>	<p>⑱ SECTEUR SPHÉRIQUE</p>  <p><math>OG = \frac{3R}{8} (1 + \cos \theta)</math></p>
<p>⑲ SEGMENT SPHÉRIQUE</p>  <p><math>OG = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2R-h)^2}{3R-h}</math></p>	<p>⑳ DEMI-SPHÈRE</p>  <p><math>OG = \frac{3R}{8}</math></p>	

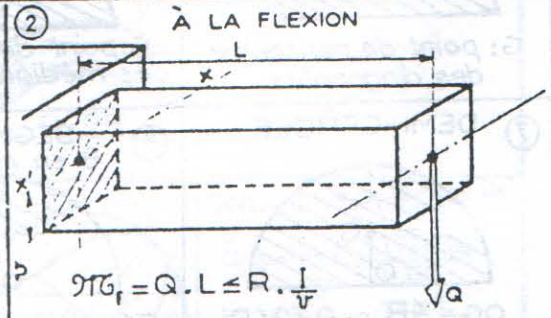




## FORMULES DE CALCUL



$R_g$  : Résistance pratique au glissement transversal  
 $I_o$  : Moment d'inertie polaire



$R$  : Résistance pratique à la traction  
 $I$  : Moment d'inertie par rapport à  $x'x'$

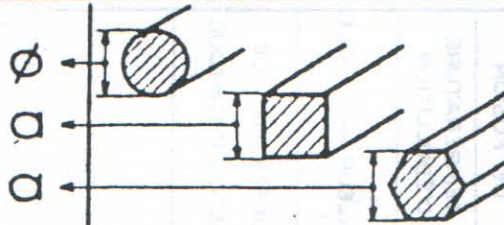
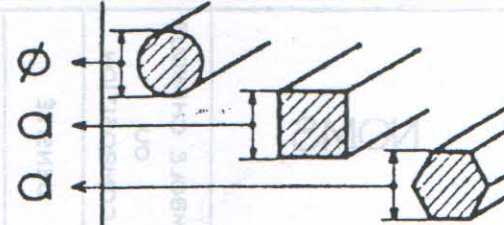
## MOMENTS D'INERTIE

SECTIONS	TORSION $I_o$	$\sqrt{I_o}$	FLEXION $I_{x'x'}$	$\sqrt{I_{x'x'}}$
	$\frac{bh(b^2+h^2)}{12}$	$\sqrt{\frac{de}{(2)^2 \cdot (2)^2}}$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{h}{2}$
	$\frac{a^4}{6}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a}{2}$
	$\frac{\pi D^4}{32}$ $\approx 0,1D^4$	$\frac{D}{2}$	$\frac{\pi D^4}{64}$ $\approx 0,05D^4$	$\frac{D}{2}$
	$\approx 0,1(D^4 - d^4)$	$\frac{D}{2}$	$\approx 0,05(D^4 - d^4)$	$\frac{D}{2}$
	$\approx 0,05bh(b^2+h^2)$	$\frac{h}{2}$	$\approx 0,5bh^3$	$\frac{h}{2}$

## MOMENTS DE FLEXION

CAS USUELS E (module d'élasticité)	MOMENT fléchissant	FLÈCHE
	$QL$	$\frac{QL^3}{3EI}$
	$\frac{QL}{2}$	$\frac{QL^3}{8EI}$
	$\frac{QL}{4}$	$\frac{QL^3}{48EI}$
	$\frac{QL}{8}$	$\frac{5}{8} \times \frac{QL^3}{48EI}$
	$\frac{QL}{8}$	$\frac{QL^3}{192EI}$



							
5	0,154	0,196	0,170	42	10,9	13,8	12,0
6	0,222	0,283	0,245	44	11,9	15,2	13,2
7	0,302	0,385	0,333	46	13,0	16,6	14,4
8	0,395	0,502	0,435	48	14,2	18,1	15,7
9	0,499	0,636	0,551	50	15,4	19,6	17,0
10	0,617	0,785	0,680	52	16,7	21,2	18,4
11	0,746	0,950	0,823	54	18,0	22,9	19,8
12	0,888	1,130	0,979	56	19,3	24,6	21,3
13	1,04	1,33	1,15	58	20,7	26,4	22,9
14	1,21	1,54	1,31	60	22,2	28,3	24,5
15	1,39	1,77	1,53	65	26,0	33,2	28,7
16	1,58	2,01	1,74	70	30,2	38,5	33,3
17	1,78	2,27	1,96	75	34,7	44,2	38,2
18	2,00	2,54	2,20	80	39,5	50,2	43,5
19	2,23	2,83	2,45	85	44,5	56,7	49,1
20	2,47	3,14	2,72	90	49,9	63,6	55,1
21	2,72	3,46	3,00	95	55,6	70,8	61,4
22	2,98	3,80	3,29	100	61,7	78,5	68,0
23	3,26	4,15	3,60	105	68,0	86,5	
24	3,55	4,52	3,92	110	74,6	95,0	
25	3,85	4,91	4,25	115	81,5	104	
26	4,17	5,31	4,60	120	88,8	113	
27	4,50	5,72	4,96	125	96,3	123	
28	4,83	6,15	5,33	130	104	133	
29	5,19	6,60	5,72	135	112	143	
30	5,55	7,06	6,12	140	121	154	
31	5,92	7,54	6,53	145	130	165	
32	6,31	8,04	6,96	150	139	177	
33	6,71	8,55	7,40	160	158	201	
34	7,13	9,07	7,86	170	178	227	
35	7,55	9,62	8,33	180	200	254	
36	7,99	10,2	8,81	190	223	283	
37	8,44	10,8	9,31	200	247	314	
38	8,90	11,3	9,82	210	272	346	
39	9,38	11,9	10,34	220	298	380	
40	9,87	12,6	10,9	230	326	415	

POIDS DES TôLES D'ACIER

1m<sup>2</sup> de tôle de 1mm pèse 7,85kg

1m<sup>2</sup> ————— e ————— 7,85kg.e

LIRE DIRECTEMENT LE POIDS DES BARRES EN ACIER ( $\delta=7,85$ )

POUR LES AUTRES MATÉRIAUX MULTIPLIER LA VALEUR LUE PAR

$K = \frac{\text{densité du matériau}}{\text{densité de l'acier}}$

QUELQUES VALEURS DE K

Acier	1	Etain	0,93
Aluminium	0,34	Plomb	1,45
Cuivre	1,13	Zinc	0,92



NOMS	SYMBOLE CHIMIQUE OU COMPOSITION	DENSITÉ	TEMPÉRATURE DE FUSION	TEMPÉRATURE D'ÉBULLITION	(CHALEUR SPÉCIFIQUE	COEFFICIENT DE DILATATION THERMIQUE
		(1)			(2)	
MÉTALLOIDES						
* Azote	N	0,97	-210°	-196°		
Bismuth	Bi	9,80	271°			
Brome	Br	3,18	-7°	63°		
* Chlore	Cl	2,49	-102°	-34°		
* Hydrogène	H	0,07	-259°	-253°		
Iode	I	4,95	184°			
* Oxygène	O	1,11	-218°	-183°		
Phosphore	P	1,83	44°	287°		
Soufre	S	2,07	112°	445°		
CORPS COMPOSÉS						
* Ac.Sulfureux	SO <sub>2</sub>	2,27		-10°		
* Ac.Sulfurique	SO <sub>4</sub> H <sub>2</sub>	1,19				
Ac.Chlorhydrique	HCl	1,27		110°		
Alcool	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O	0,79	-130°	78°		
* Ammoniac	NH <sub>3</sub>	0,59		-33°		
Benzine	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	0,90	5°			
Eau	H <sub>2</sub> O	①	0°	100°		
Ether	(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) <sub>2</sub> O	0,73	-117°	35°		
* Gaz Carbonique	CO <sub>2</sub>	1,59	-56°	-78°		
* Méthane	CH <sub>4</sub>	0,59		-165°		
* Air	O <sub>2</sub> , N	①		-191°		
MÉLANGES						
Caoutchouc		0,98	120°			
Essence		0,72				
Graisse		0,94	30°			
Houille	C	12-15				
Huile de lin		0,95		387°		
Pétrole		0,80		106°		
MÉTALLIQUES						
Aluminium	Al	2,7	658°		0,225	0,000024
Antimoine	Sb	6,71	630°		0,050	0, — 011
Argent	Ag	10,53	960°		0,056	0, — 020
Chrome	Cr	6,80	1550°		0,120	
Cobalt	Co	8,80	1490°		0,104	
Cuivre	Cu	8,90	1090°		0,093	0, — 017
Etain	Sn	7,30	232°		0,058	0, — 023
Fer	Fe	7,85	1535°		0,120	0, — 012
Mercure	Hg	13,60	-39°		0,033	
Nickel	Ni	8,90	1452°		0,109	0, — 013
Or	Au	19,25	1063°		0,031	0, — 014
Platine	Pt	21,48	1764°		0,038	0, — 009
Plomb	Pb	11,37	327°		0,031	0, — 029
Vanadium	V	5,60	1725°		0,115	
Zinc	Zn	7,19	419°		0,094	0, — 029
Acier	Fe, C	7,85	1400°			0, — 012
Fonte grise	Fe, C	7,2	1230°			0, — 011
Bronze	Cu, Sn	7,5-8,5	900°			0, — 018
Bronze d'Alu.	Cu, Sn, Al	α 7,5	1060°			
Laiton	Cu, Zn	7,3-8,4	940°			0, — 019
MATIÈRES PLASTIQUES						
NOM	NOM CHIMIQUE	COMP.				
Bakélite	Phénol-formol	CHO				
Nylon	Polyamide	CHON				
Pollopas	Urée-formol	CHON				
Plexiglass	Polyoacrylates	CHO				
Rhodopas	Polyacétate vinylic	CHO				
Silicones	Silicones	Si, CHO				

Chaleur nécessaire pour élever de 1°C la température de 1 kg de ce corps (en grandes calories)

Allongement subi par l'unité de longueur d'un corps entre 0°C et 1°C

Densité (δ) d'un corps

Rapport entre les masses spécifiques du corps et de l'étalon

SOLIDE - LIQUIDE δ = corps / eau

GAZ δ = corps / air

Nota: Les valeurs indiquées colonnes (1) et (2) s'entendent à 0°C sous la pression atmosphérique de 760 mm de mercure.

\* Corps gazeux à 0°C



## BIBLIOGRAPHIE

1. Horts Blumenauer, Werkstoffprüfung, edition VEB deutscher verlag für Grundstoffindustrie Leipzig 1976.
2. G.Doubenski, A.Ptrenko, Résistance des matériaux, université d'Annaba, 1977.

*Achevé d'imprimer sur les presses de*

**L'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES**

*1, Place Centrale - Ben-Aknoun - ALGER*



80 DA



OPU4569